

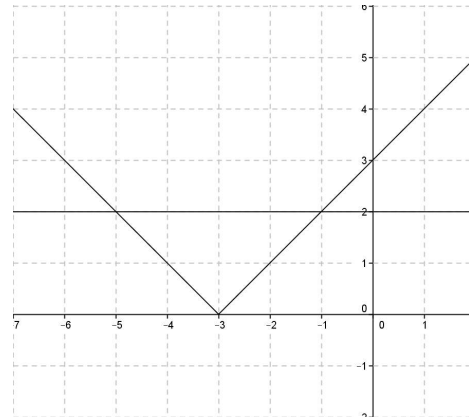
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek

Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi abszolút értékű egyenletet!

$$|x + 3| = 2$$

Definíció alapján az abszolút értékű kifejezés:

$$|x + 3| = \begin{cases} x + 3, & \text{ha } x \geq -3 \text{ (} x \geq -3 \text{)} \\ -(x + 3), & \text{ha } x < -3 \text{ (} x < -3 \text{)} \end{cases}$$



Ezek alapján

a, $x \geq -3$

$$x + 3 = 2 \quad / -3$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

A kapott eredmény megfelel a feltételnek ($x \geq -3$).

Ell:

$$|-1 + 3| = 2$$

$$|2| = 2$$

b, $x < -3$

$$-(x + 3) = 2 \quad / \text{zf}$$

$$-x - 3 = 2 \quad / -3$$

$$\underline{\underline{x = -5}}$$

A kapott eredmény megfelel a feltételnek ($x < -3$).

Ell:

$$|-5 + 3| = 2$$

$$|-2| = 2$$

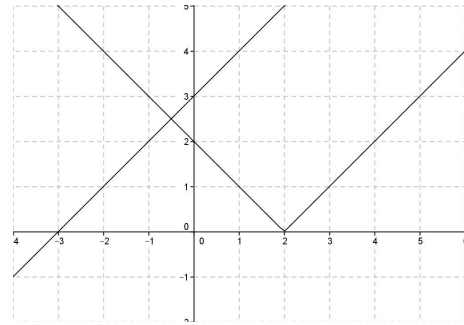
A megoldás $x_1 = -5$, $x_2 = -1$.

Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi abszolút értékű egyenletet!

$$|x - 2| = x + 3$$

Definíció alapján az abszolút értékű kifejezés:

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2, & \text{ha } x \geq 2 \text{ (} x \geq 2 \text{)} \\ -(x - 2), & \text{ha } x < 2 \text{ (} x < 2 \text{)} \end{cases}$$



Ezek alapján

a, $(x \geq 2)$

$$\begin{aligned} x - 2 &= x + 3 \quad / - x \\ -2 &= 3 \end{aligned}$$

Ellentmondásra jutottunk.

b, $(x < 2)$

$$\begin{aligned} -(x - 2) &= x + 3 \quad / - \text{zf} \\ -x + 2 &= x + 3 \quad / - x - 2 \\ -2x &= 1 \quad / : -2 \\ \underline{\underline{x = -0,5}} \end{aligned}$$

A kapott eredmény megfelel a feltételnek ($x < 2$).

Ell:

$$\begin{aligned} |-0,5 - 2| &= 0,5 + 3 \\ |-3,5| &= 3,5 \end{aligned}$$

A megoldás $x = 0,5$.

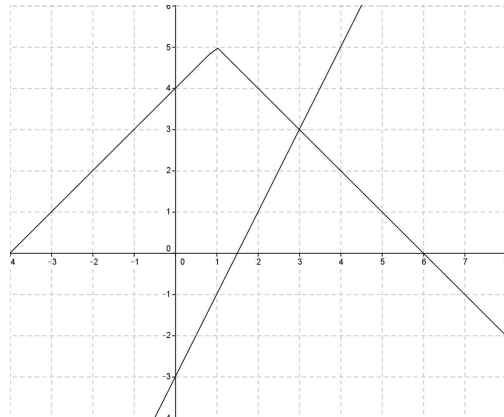
Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi abszolút értékű egyenletet!

$$5 - |x - 1| = 2x - 3$$

Definíció alapján az abszolút értékű kifejezés:

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1, & \text{ha } x \geq 1 \\ -(x - 1), & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

Ezek alapján



a, $(x \geq 1)$

$$\begin{aligned} 5 - (x - 1) &= 2x - 3 \quad / \text{zf} \\ 5 - x + 1 &= 2x - 3 \quad / -2x - 6 \\ -3x &= -9 \quad / : -3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

A kapott eredmény megfelel a feltételnek ($x \geq 1$).

Ell:

$$\begin{aligned} 5 - |3 - 1| &= 2 \cdot 3 - 3 \\ 5 - |2| &= 3 \\ 3 &= 3 \end{aligned}$$

A megoldás $x = 3$.

b, $(x < 1)$

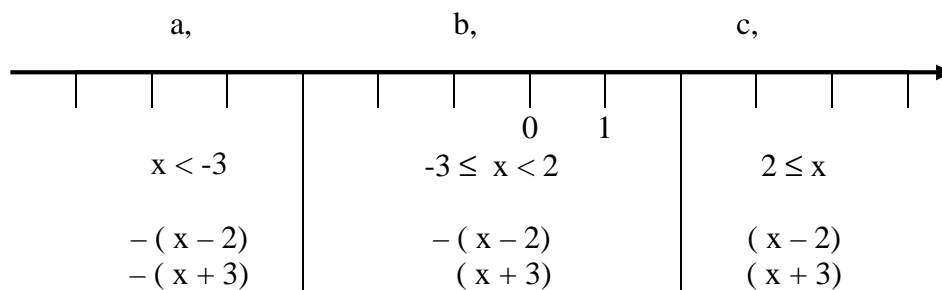
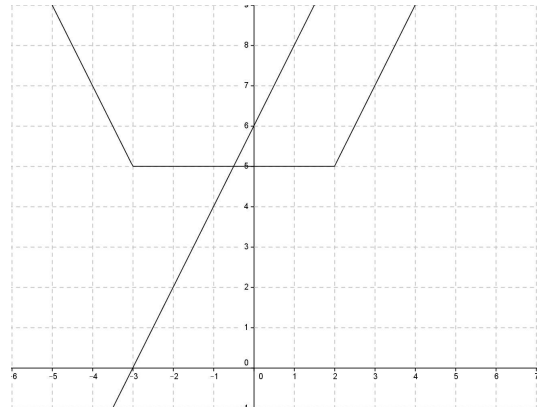
$$\begin{aligned} 5 - [-(x - 1)] &= 2x - 3 \quad / \text{zf} \\ 5 + x - 1 &= 2x - 3 \quad / -2x - 4 \\ -x &= -7 \quad / : -3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

A kapott eredmény nem felel meg a feltételnek ($x < 1$).

Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi abszolút értékű egyenletet!

$$|x - 2| + |x + 3| = 2x + 6$$

Definíció alapján az abszolút értékű kifejezés:



Ezek alapján

a,

$$\begin{aligned} -(x - 2) - (x + 3) &= 2x + 6 && /zf \\ -x + 2 - x - 3 &= 2x + 6 && /öv \\ -2x - 1 &= 2x + 6 && /+2x -6 \\ -7 &= 4x \\ x &= -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

Ellentmond a feltételnek ($x < -3$).

b,

$$\begin{aligned} -(x - 2) + (x + 3) &= 2x + 6 && /zf \\ -x + 2 + x + 3 &= 2x + 6 && /öv \\ 5 &= 2x + 6 && /-6 \\ -1 &= 2x \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ell.:

$$\begin{aligned} \left| -\frac{1}{2} - 2 \right| + \left| -\frac{1}{2} + 3 \right| &= 2 \left(-\frac{1}{2} \right) + 6 \\ |-2,5| + |-2,5| &= -1 + 6 \\ 2,5 + 2,5 &= 5 \end{aligned}$$

c,

$$\begin{aligned} (x - 2) + (x + 3) &= 2x + 6 && /zf \\ x - 2 + x + 3 &= 2x + 6 && /öv \\ 2x + 1 &= 2x + 6 && /-2x \\ 1 &= 6 \end{aligned}$$

Ellentmondás.

A megoldás $x = -0,5$.