Hozzárendelés, lineáris függvény

Feladat 1

A ménesben a lovak száma és a lábaik száma közötti összefüggést vizsgáljuk.

Hány lába van 0; 1; 2; 3; 5; 7... lónak?

Készíts értéktáblázatot, és ábrázold derékszögű koordináta rendszerben!

$0 \text{ ló} \mapsto 0 \text{ láb}$

$1 \text{ ló} \mapsto 4 \text{ láb}$

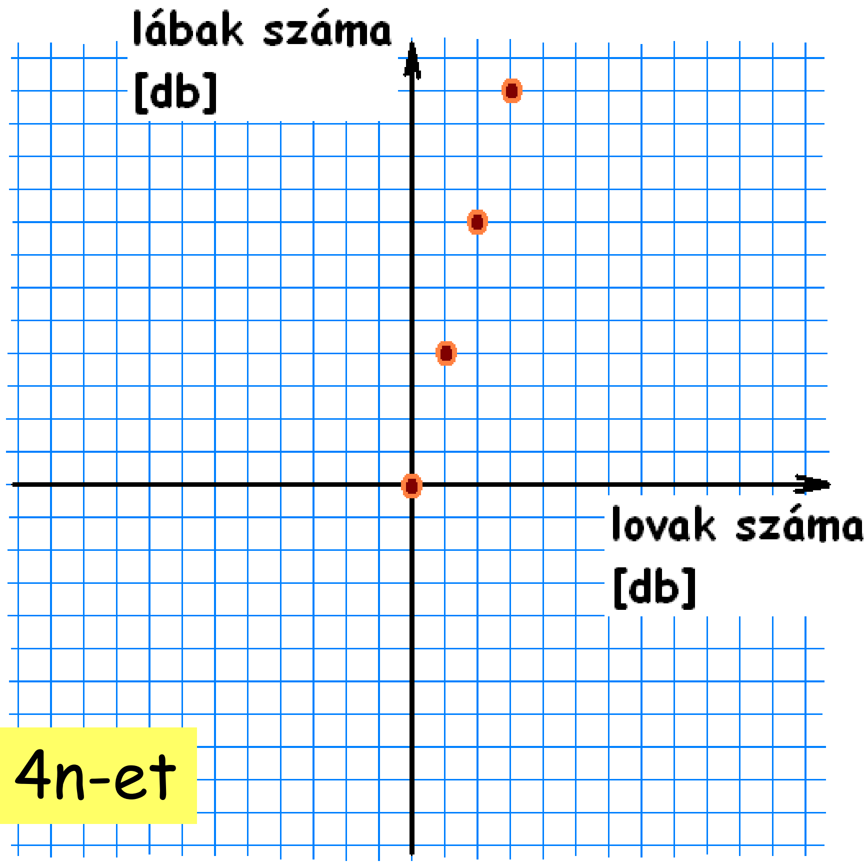
$2 \text{ ló} \mapsto 8 \text{ láb}$

$3 \text{ ló} \mapsto 12 \text{ láb}$

$n \text{ ló} \mapsto 4n \text{ láb}$

$$n \mapsto 4n$$

n-hez hozzárendelem a 4n-et



lovak száma [db]	0	1	2	3	5	7
lábak száma [db]	0	4	8	12	20	28

Feladat 2

A hentesnél 1 kg hús ára 4€.

Mennyibe kerül 0,5; 1; 1,5; 2; 3; ... kg hús?

Készíts értéktáblázatot, és ábrázold derékszögű koordináta rendszerben!

$$0\text{kg} \mapsto 0\in$$

$$0{,}5\text{kg} \mapsto 2\in$$

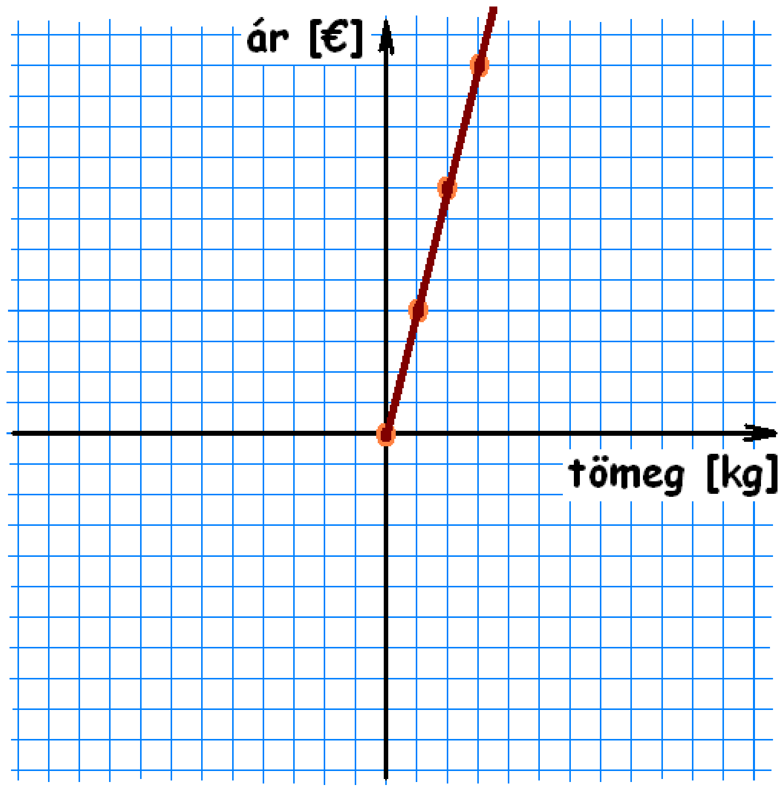
$$1\text{kg} \mapsto 4\in$$

$$3\text{kg} \mapsto 12\in$$

$$m\text{kg} \mapsto 4m\in$$

$$m \mapsto 4m$$

m-hez hozzárendelem a 4m-et



tömeg [kg]	0	0,5	1	1,5	2	3
ár [€]	0	2	4	6	8	12

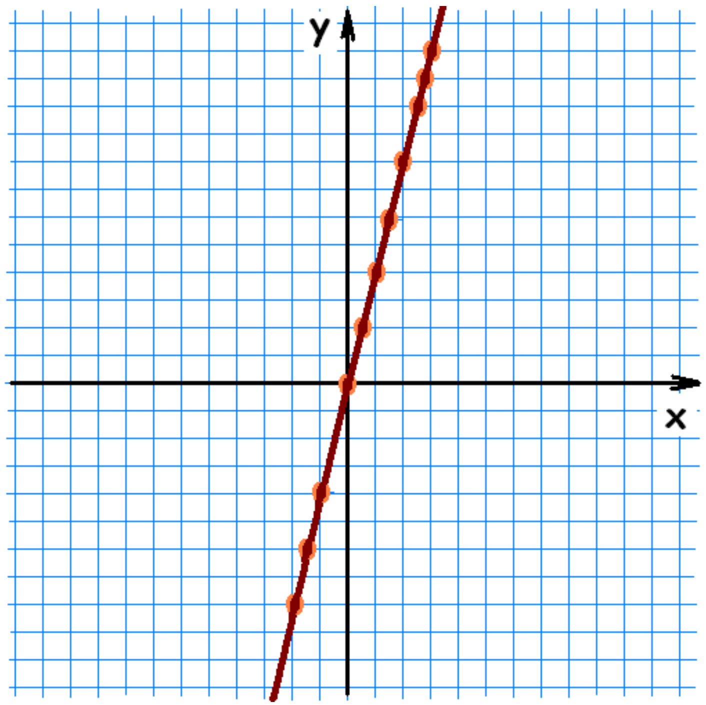
Feladat 3

Minden számhoz (x) rendeld hozzá a négyszeresét (y)!

Készíts értéktáblázatot, és ábrázold derékszögű koordináta rendszerben!

$x \mapsto 4x$ x-hez hozzárendelem a 4x-et $y = 4x$

x	-7	-4,5	-2	-1	0	1	2	6,75	11
y	-28	-18	-8	-4	0	4	8	27	44



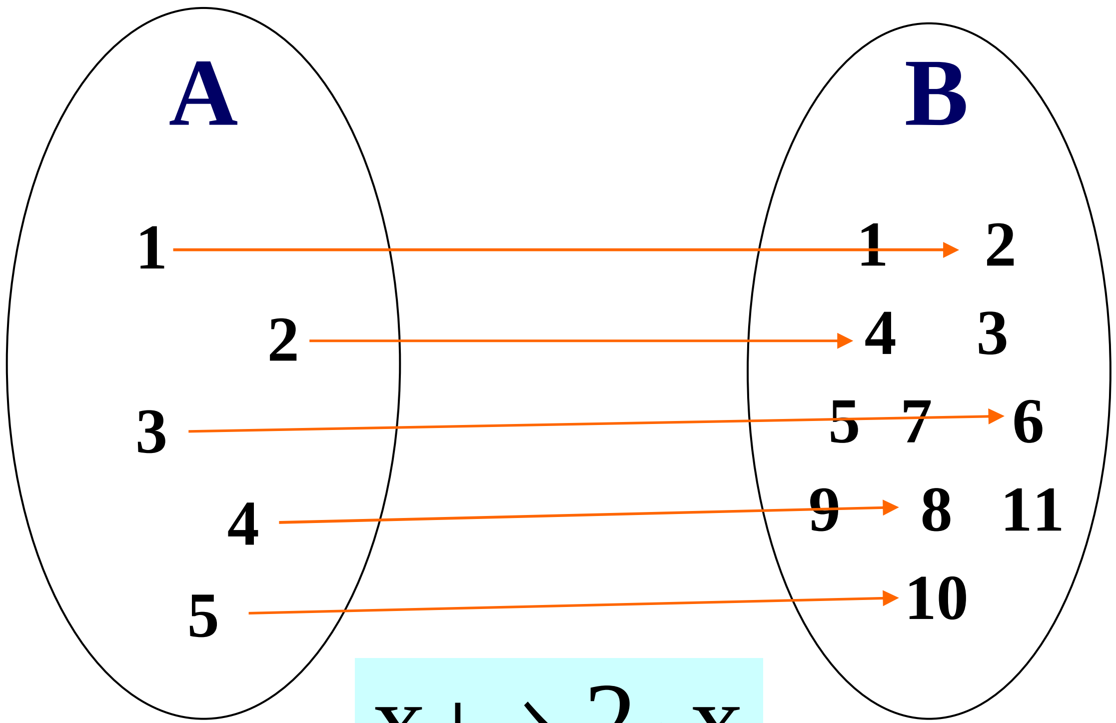
Az összefüggés grafikonja az origón átmenő egyenes.

x és y változó mennyiségek egyenesen arányosak.

Függvények értelmezése

Adott két halmaz A és B. A halmazhoz rendeljük hozzá B halmazt.

Az A halmazbeli elemhez rendeljük azt a B halmazbeli elemet, mely az A halmazbeli elem kétszerese.



$$x \mapsto 2 \cdot x$$

x-hez hozzárendeljük a 2x-et

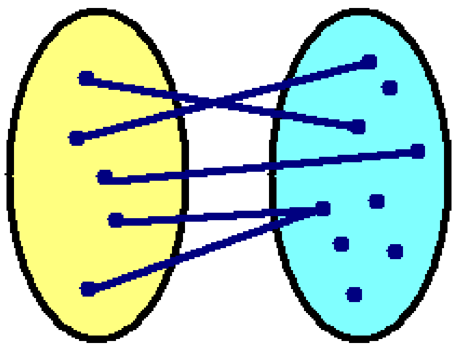
Legyen adott az A és B két nem üres halmaz. Az A halmaz minden egyes eleméhez rendeljük hozzá a B halmaz egy-egy elemét. Ez a hozzárendelés egyértelmű, és ezt a hozzárendelést az A halmazon értelmezett függvénynek nevezzük.

Az A halmaz a függvény **értelmezési tartomány**a.

A B halmaz a képhalmaz. A B halmaz azon elemei, amelyeket az A halmazhoz rendeltünk alkotják a függvény **értékkészlet**ét.

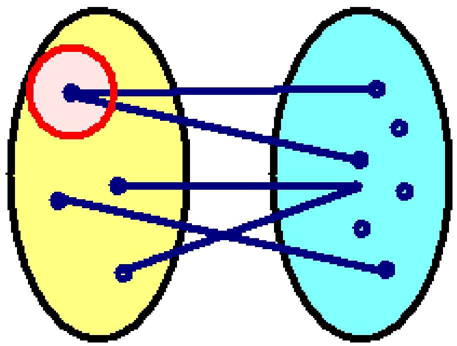
Az A halmazbeli elemeket **ősök**nek, a B halmazbeli elemeket **képek**nek is mondjuk.

Azokat a hozzárendeléseket, amelyeknél minden A halmazbeli elemnek pontosan egy képe van, és minden értékkészletbeli elemnek pontosan egy őse van **kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés**nek (**kölcsönösen egyértelmű függvény**nek) nevezzük.



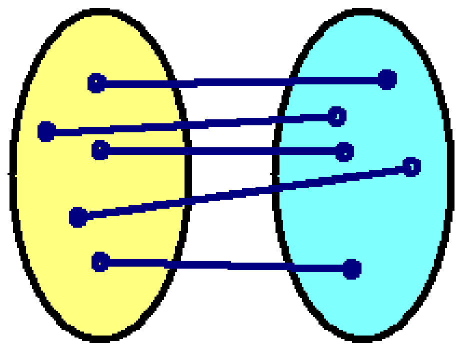
függvény

minden
ősnek
egy
képe van



nem függvény

van olyan ős,
melynek két
képe van



függvény

kölcsönösen
egyértelmű
leképezés

Függvények megadása

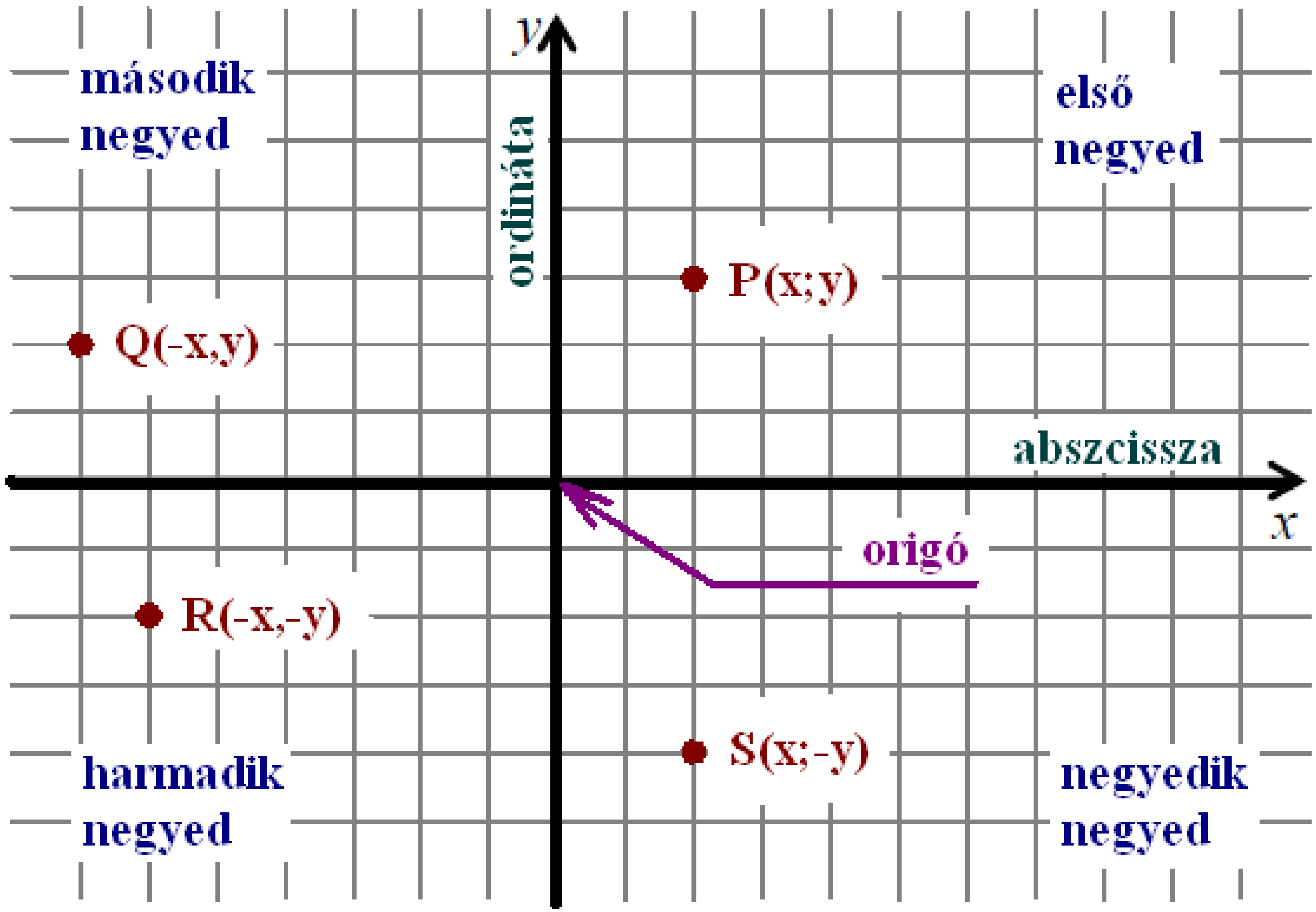
A függvények jelölésére általában az *f*, *g*, *h*, *i*, *j* stb. betűket használjuk.

A függvények megadásánál először az értelmezési tartományt adjuk meg, majd azt az egyértelmű utasítást, amely alapján hozzárendeljük az értelmezési tartomány elemeihez a képhalmaz elemeit.

Ezt az utasítást nevezzük a **függvény hozzárendelési szabályának**.

Függvények ábrázolása

A függvények ábrázolása **Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer**ben történhet.



Függvények szemléltetése

Legyen f: A $\rightarrow$ B függvény, és A, B a racionális számok halmazának egy részhalmaza. Ekkor az ***f* függvény grafikonján** vagy **képén** azon pontok halmazát értjük a derékszögű koordináta rendszerben, amely pontok **első koordinátája** az A halmaz eleme: **(x)**,

a **második koordinátája** pedig az x-hez tartozó függvényérték: ***f*(x).**

Lineáris függvény

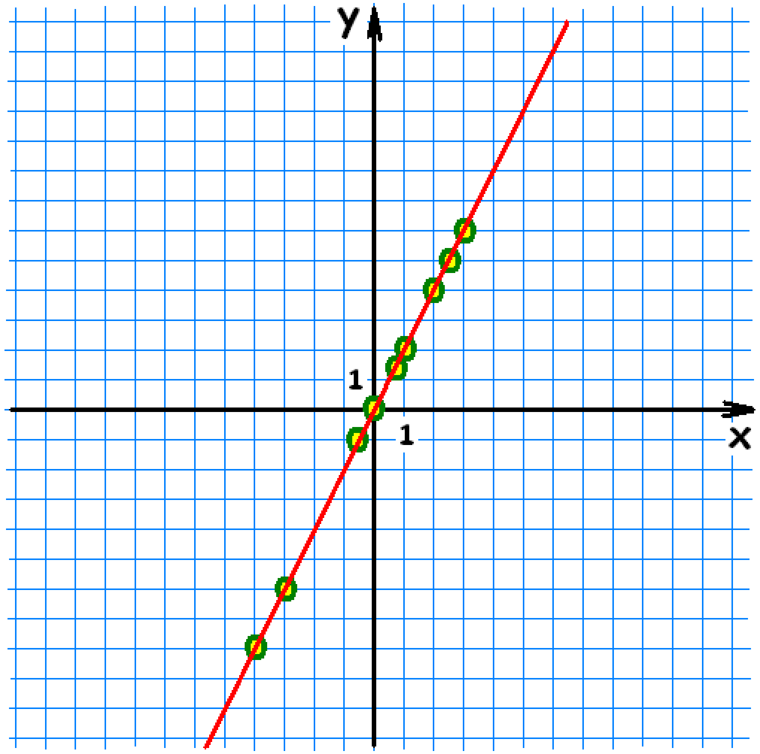
Lineáris függvény ábrázolása értéktáblázat segítségével

Az x-hez rendeljük hozzá a 2x-et

$$x \mapsto 2 \cdot x$$

y = 2·x ; f(x) = 2·x

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	-8	-6	-1	0	1,5	2	4	5	6



A függvény az origón megy át.

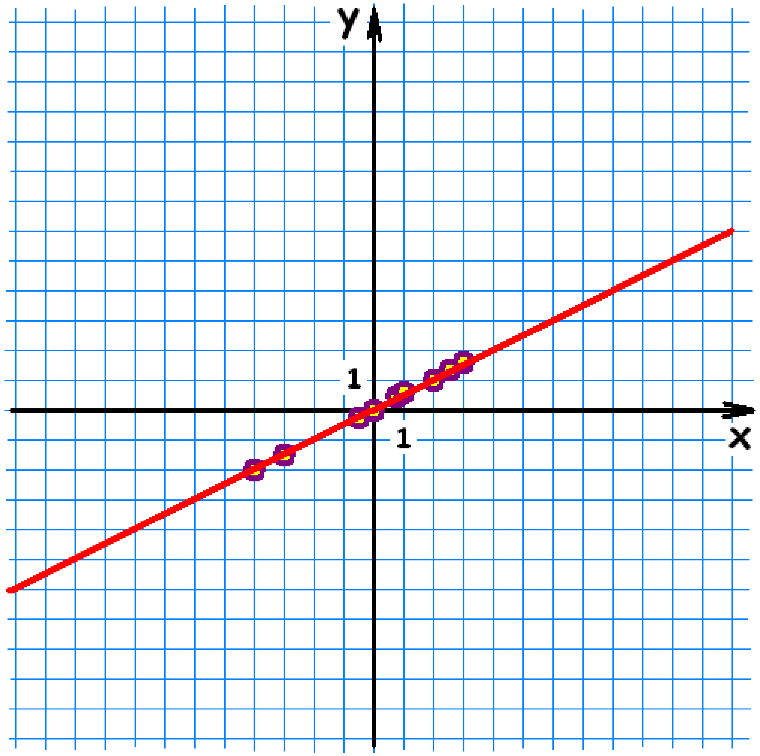
Az ábrán látszik, ha 1-et lépünk jobbra 2-t lépünk fölfele.

Az x-hez rendeljük hozzá a 0,5·x-et

$x \mapsto 0{,}5 \cdot x$

$y = 0{,}5 \cdot x$; $f(x) = 0{,}5 \cdot x$

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	-2	-1,5	-0,25	0	0,375	0,5	1	1,25	1,5



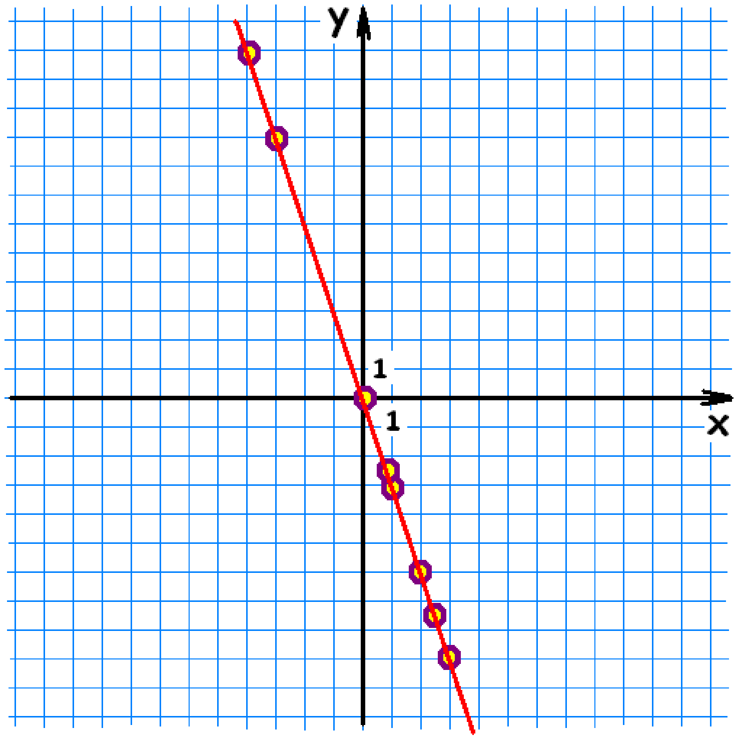
A függvény az origón megy át.

Az ábrán látszik, ha 2-t lépünk jobbra 1-et lépünk fölfele.

Az x-hez rendeljük hozzá a -3·x-et

$x \mapsto -3 \cdot x$ $y = -3 \cdot x$; $f(x) = -3 \cdot x$

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	12	9	1,5	0	-2,25	-3	-6	-7,5	-9



A függvény az origón megy át.

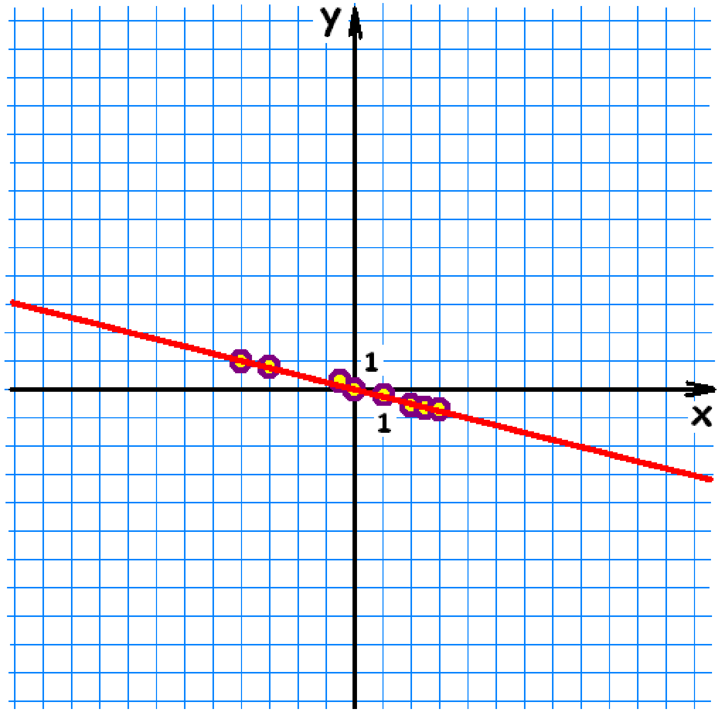
Az ábrán látszik, ha 1-et lépünk jobbra 3-at lépünk lefele.

Az x-hez rendeljük hozzá a -0,25·x-et

$$x \mapsto -\frac{1}{4} \cdot x$$

y = -0,25·x ; f(x) = -0,25·x

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	1	0,75	0,125	0	-0,1875	-0,25	-0,5	-0,625	-0,75



A függvény az origón megy át.

Az ábrán látszik, ha 4-et lépünk jobbra 1-t lépünk lefele.

Az előző függvények mindegyike az origón halad keresztül. A képe az x szorzótényezőjétől függ.

$$f(x) = 2 \cdot x$$

$$f(x) = 0{,}5 \cdot x$$

$$f(x) = -3 \cdot x$$

$$f(x) = -0{,}25 \cdot x$$

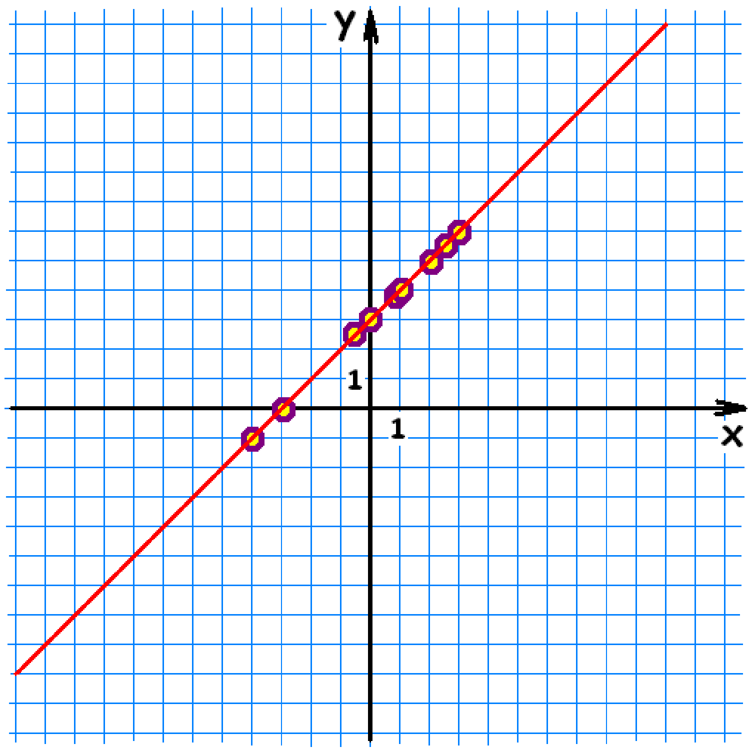
A függvény meredeksége

Az x-hez rendeljünk hozzá a x+3-at

$x \mapsto x+3$

y = x + 3 ; f(x) = x + 3

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	-1	0	2,5	3	3,75	4	5	5,5	6



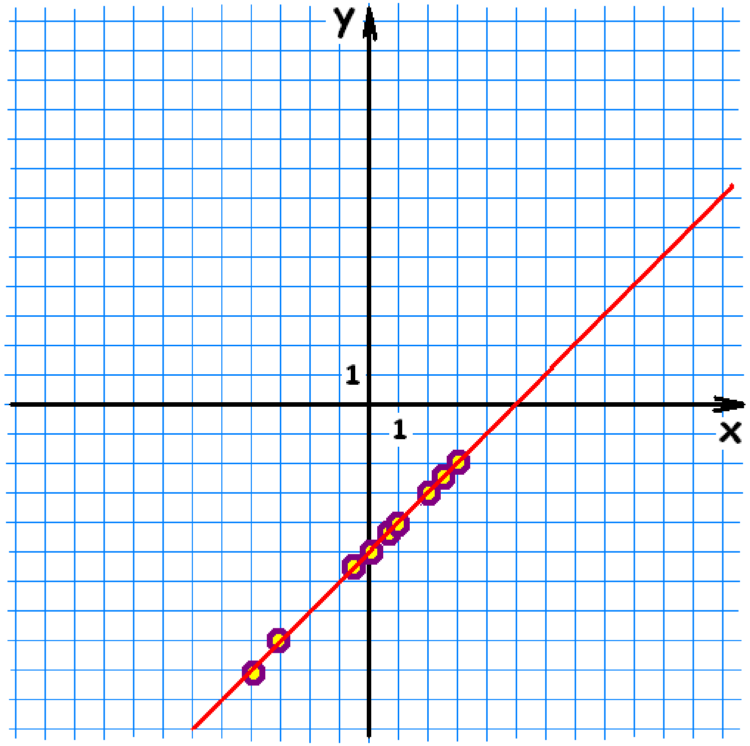
A függvény 45°-os szöget zár be az **x** tengellyel.

A függvény az **y** tengelyt 3-ban metszi.

Az x-hez rendeljünk hozzá a x-5-öt

$x \mapsto x - 5$ y = x - 5 ; f(x) = x - 5

x	-4	-3	-0,5	0	0,75	1	2	2,5	3
y	-9	-8	-5,5	-5	-4,25	-4	-3	-2,5	-2



A függvény 45°-os szöget zár be az **x** tengellyel.

A függvény az **y** tengelyt -5-ben metszi.

Az előző függvények mindegyike 45°-os szöget zár be az x tengellyel.

Az x-hez hozzáadott szám megmutatja, hogy a függvény hol metszi az y tengelyt.

$$f(x) = x + 3$$

$$f(x) = x - 5$$

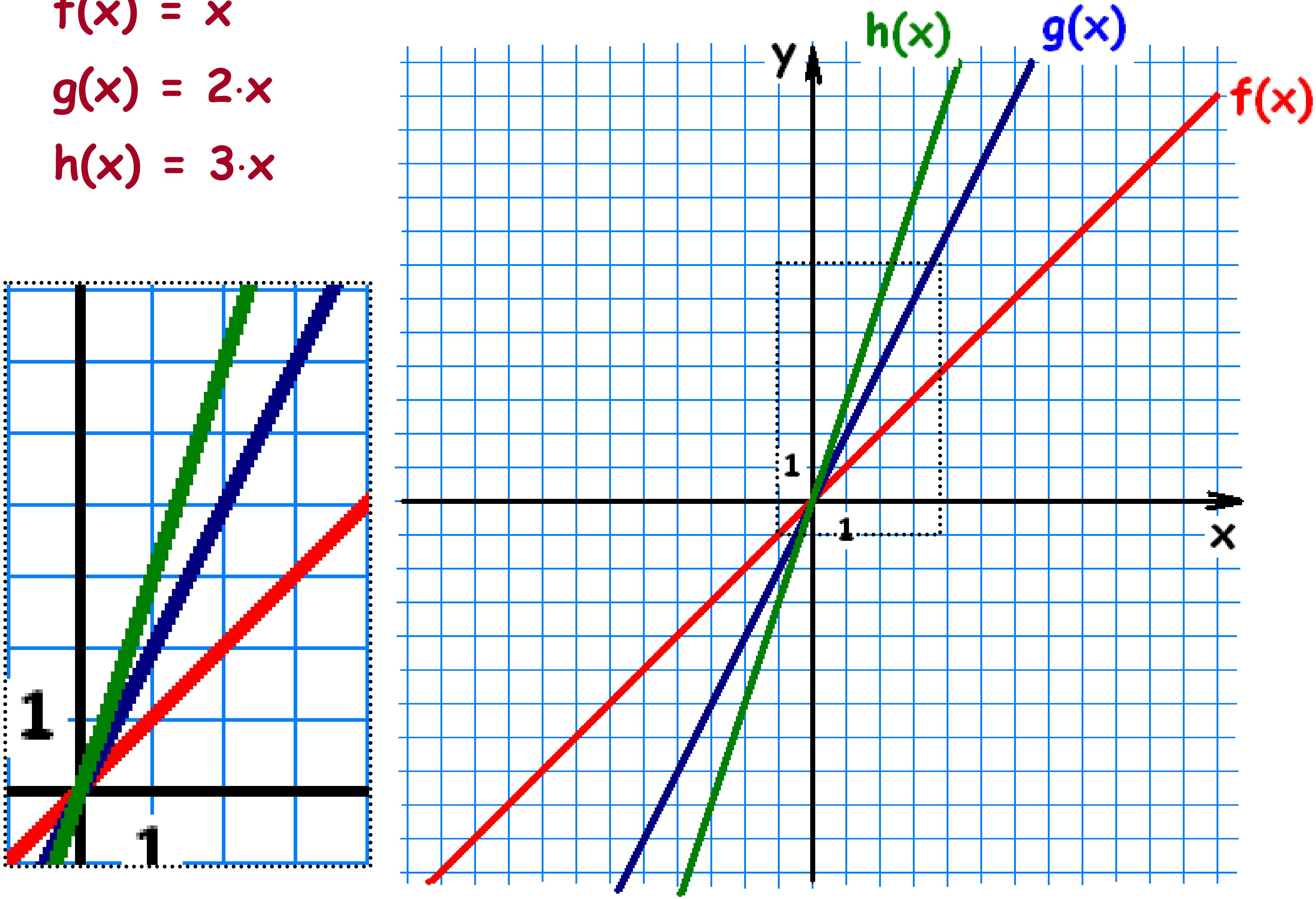
A függvény
y-tengely metszéspontja.

A lineáris függvény meredeksége

$f(x) = x$

$g(x) = 2 \cdot x$

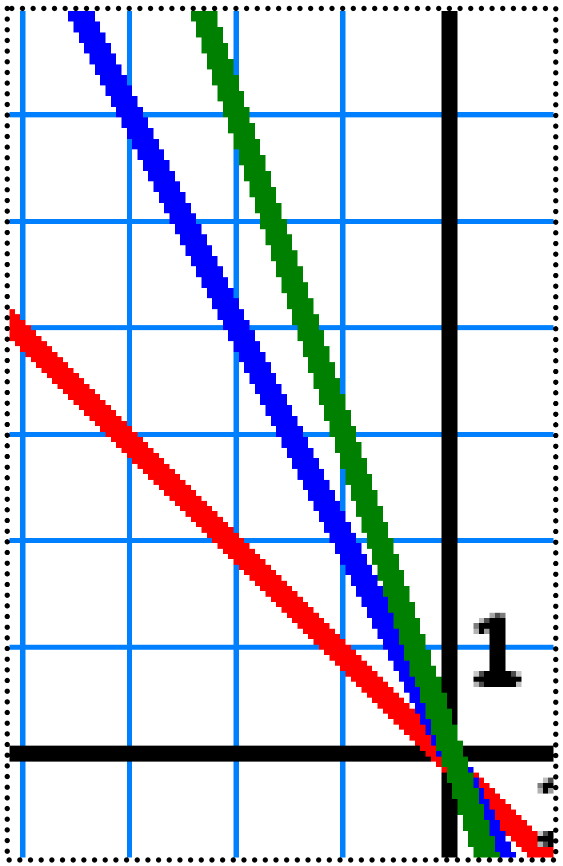
$h(x) = 3 \cdot x$

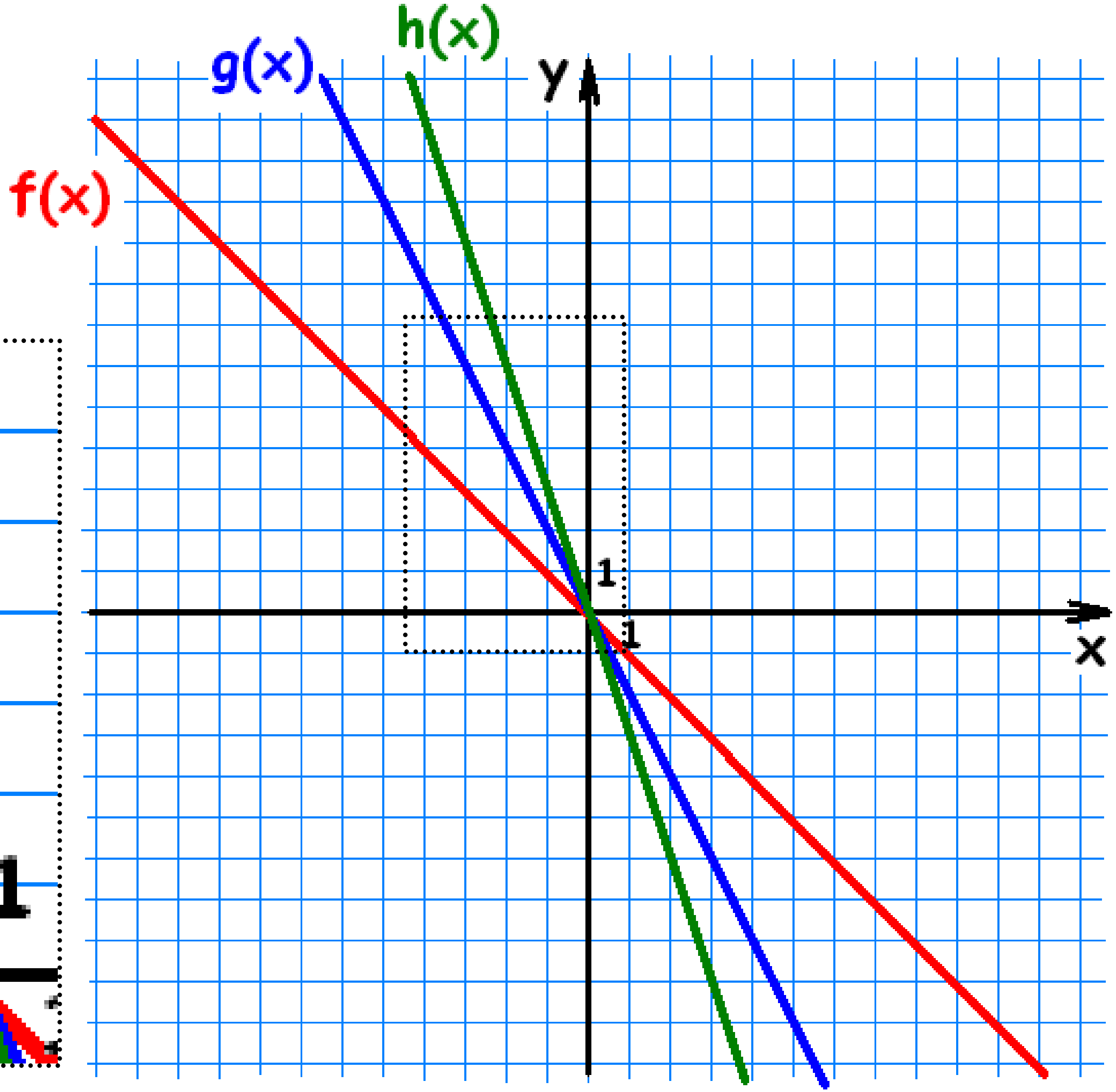


$f(x) = -x$

$g(x) = -2 \cdot x$

$h(x) = -3 \cdot x$

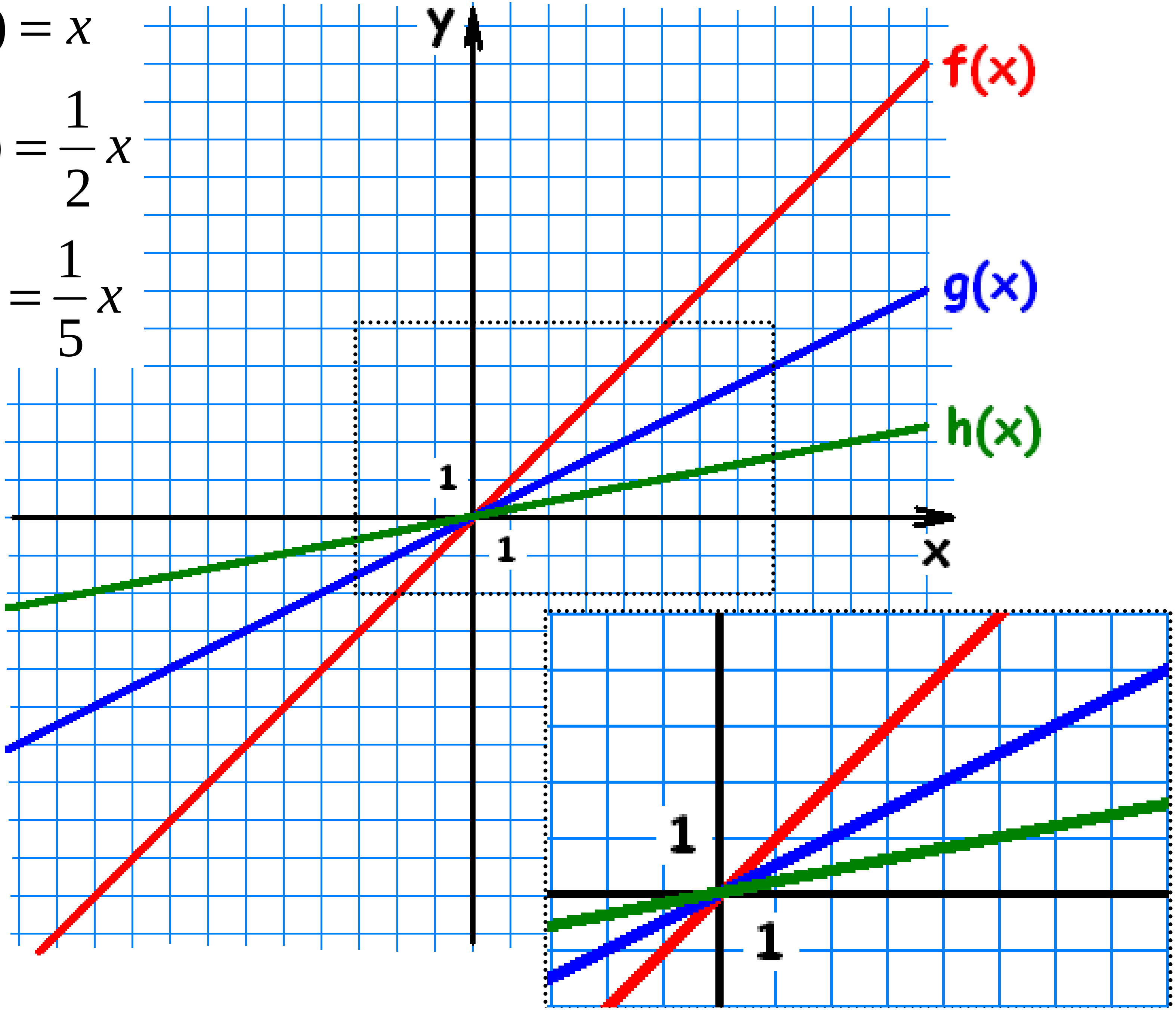




$$f(x) = x$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x$$

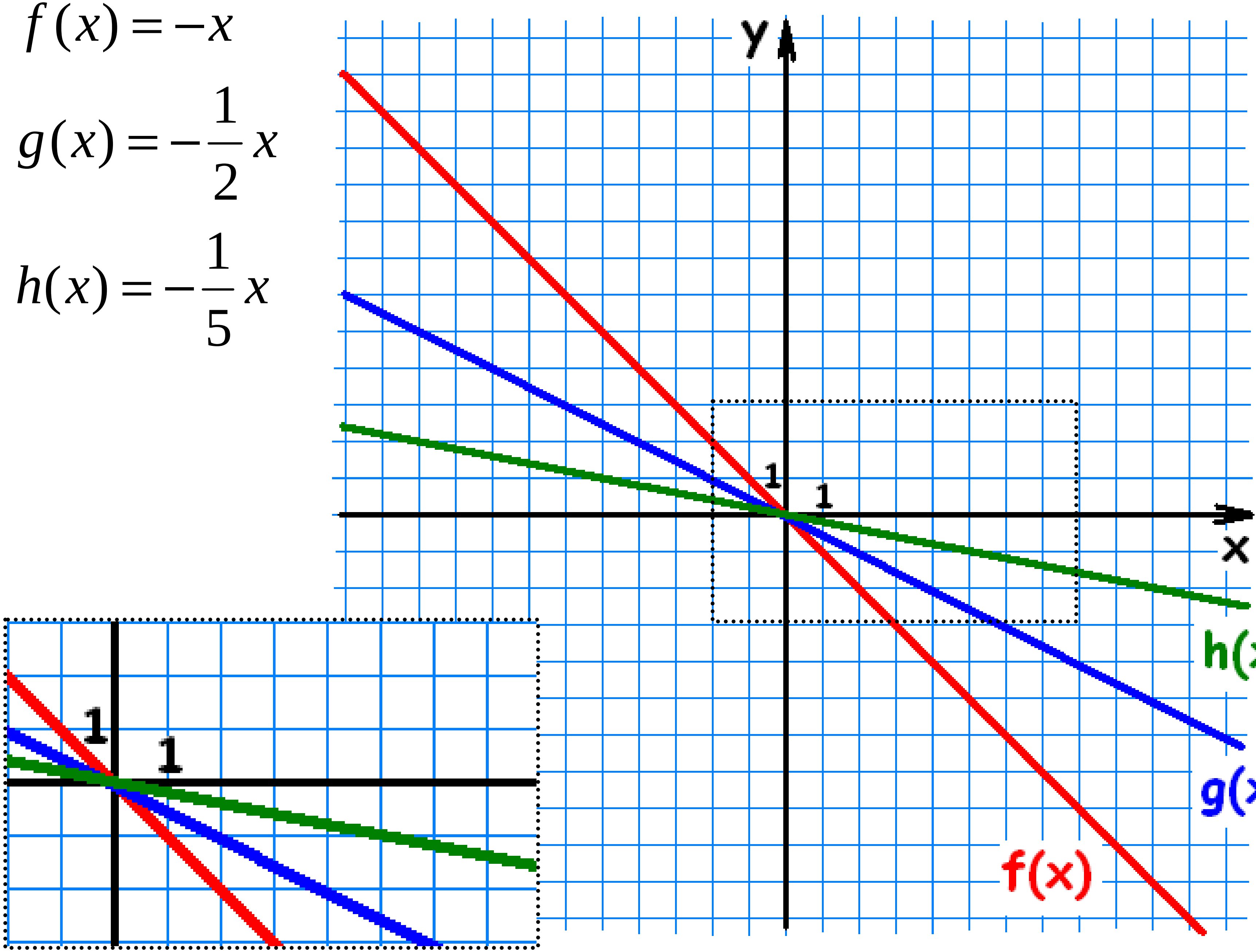
$$h(x) = \frac{1}{5}x$$



$$f(x) = -x$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$h(x) = -\frac{1}{5}x$$

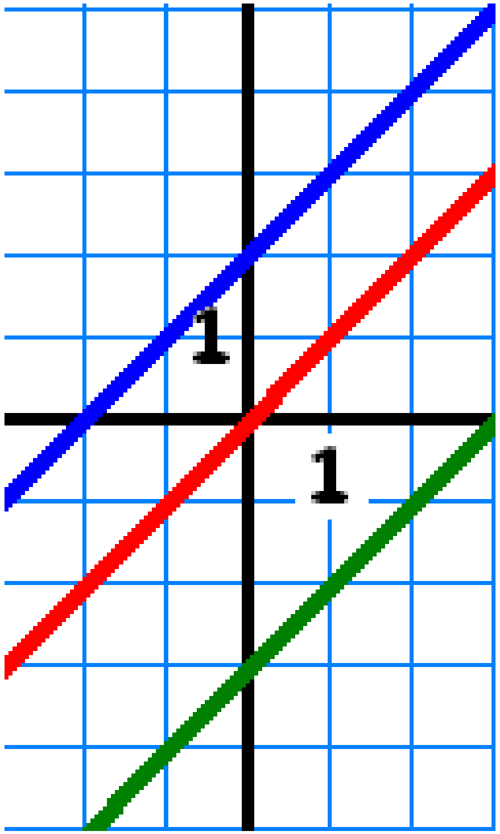


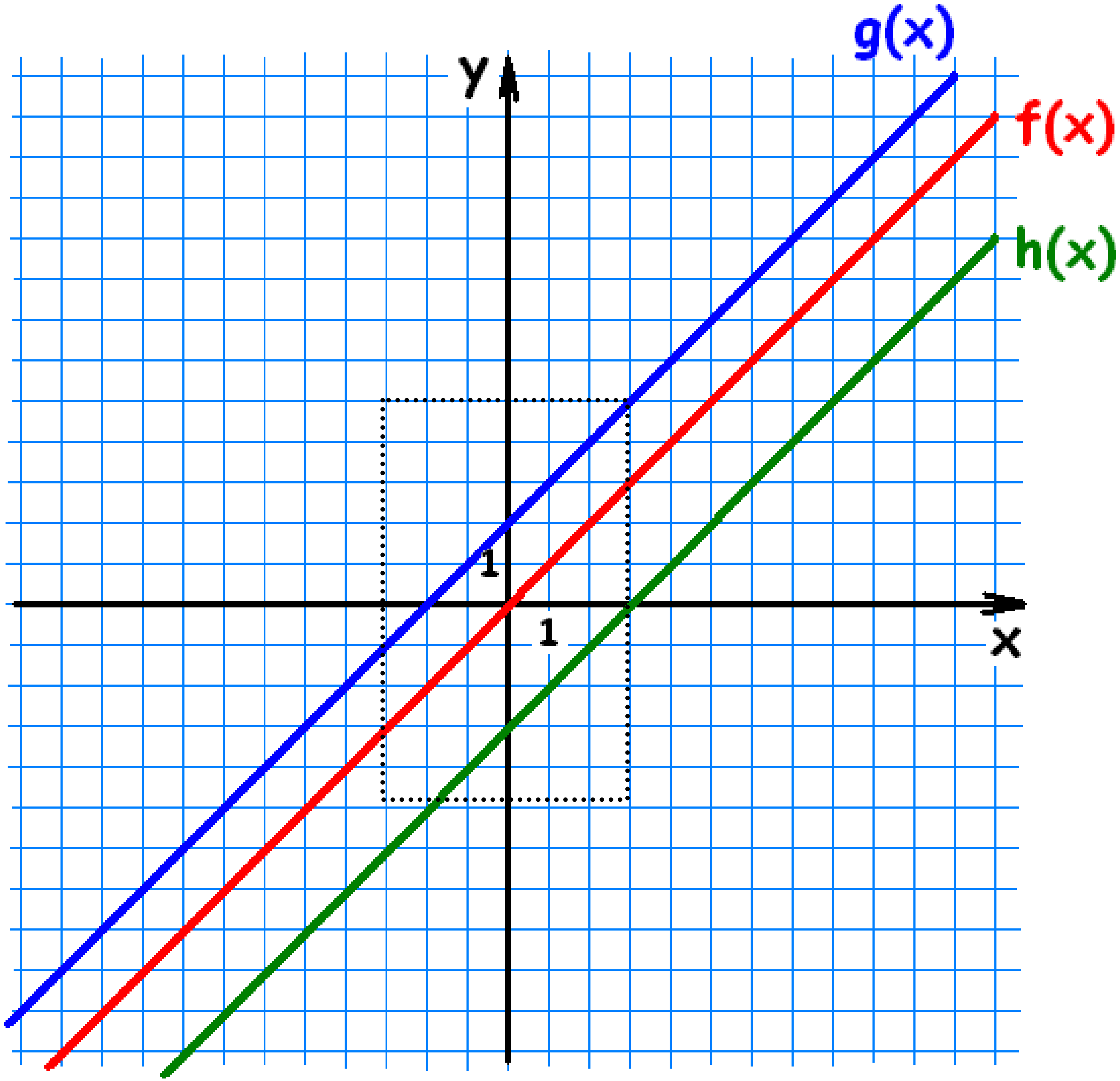
A lineáris függvény y-tengely metszete

$f(x) = x$

$g(x) = x + 2$

$h(x) = x - 3$



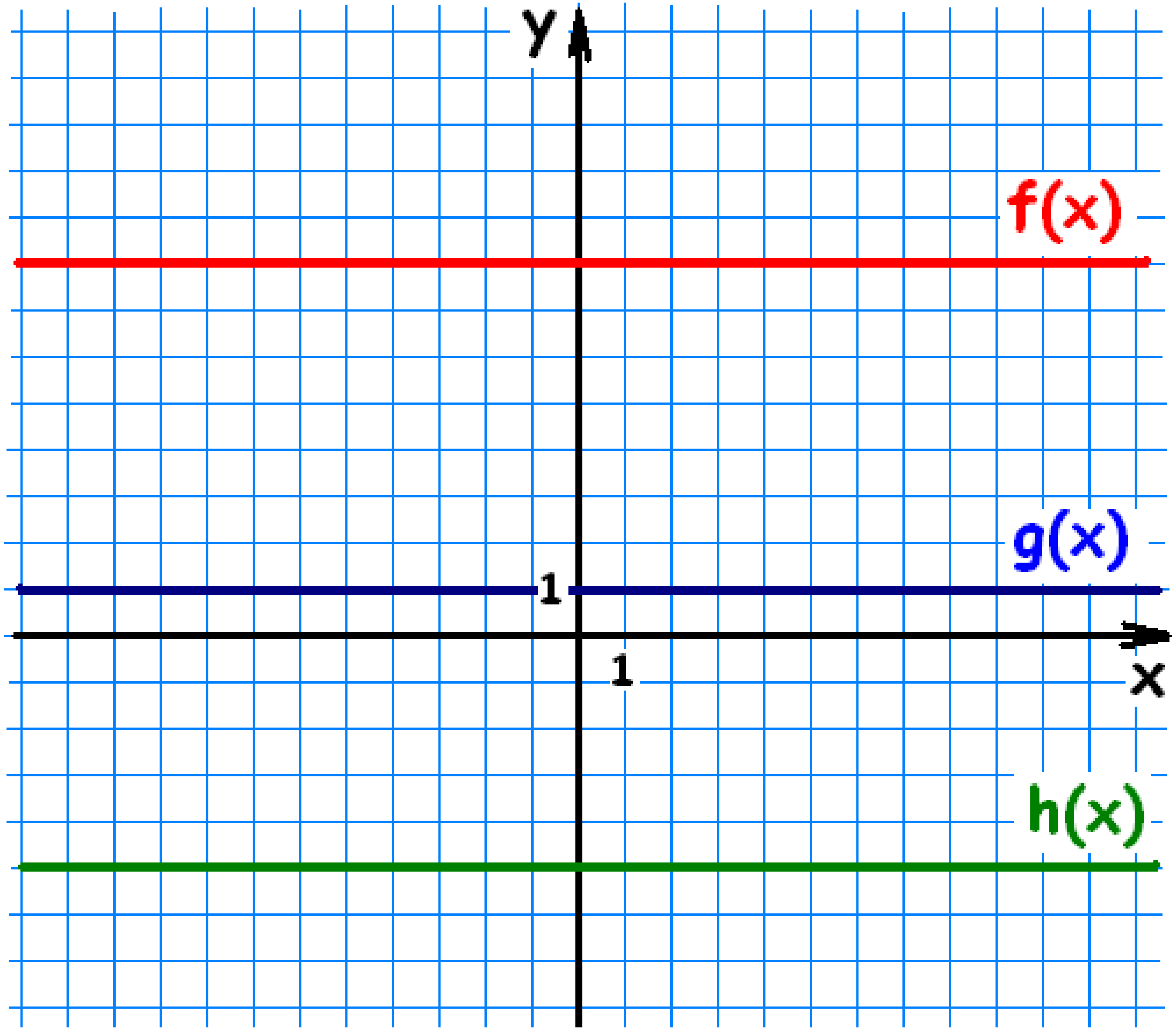


A konstans függvény

$f(x) = 8$

$g(x) = 1$

$h(x) = -5$



A lineáris függvény általános alakja:

$$f(x) = m \cdot x + b$$

m: a függvény meredeksége

m > 0: a függvény növekvő
m < 0: a függvény csökkenő

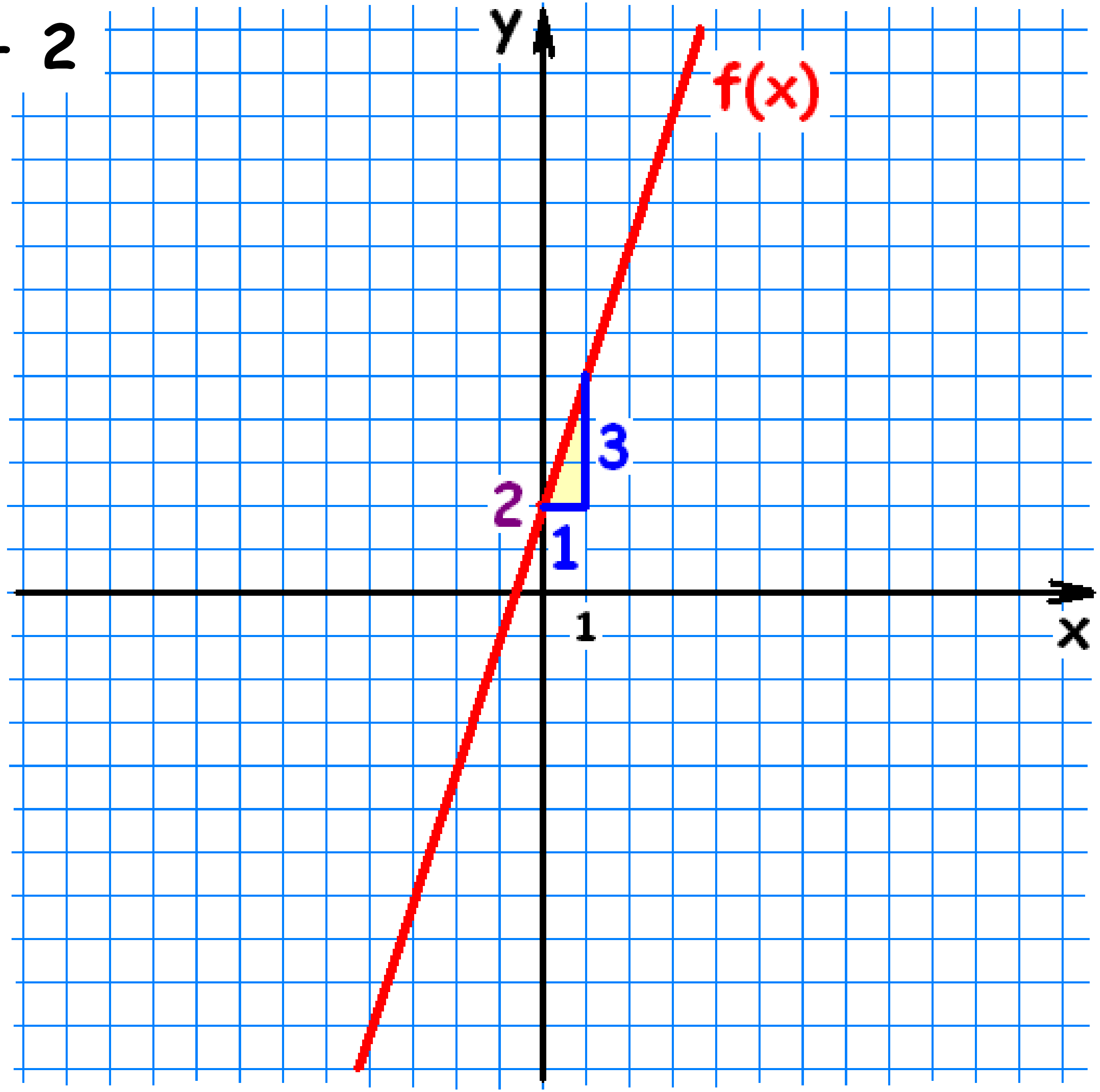
b: a függvény az y tengelyt b pontban metszi

A lineáris függvény megrajzolása (m egész szám):

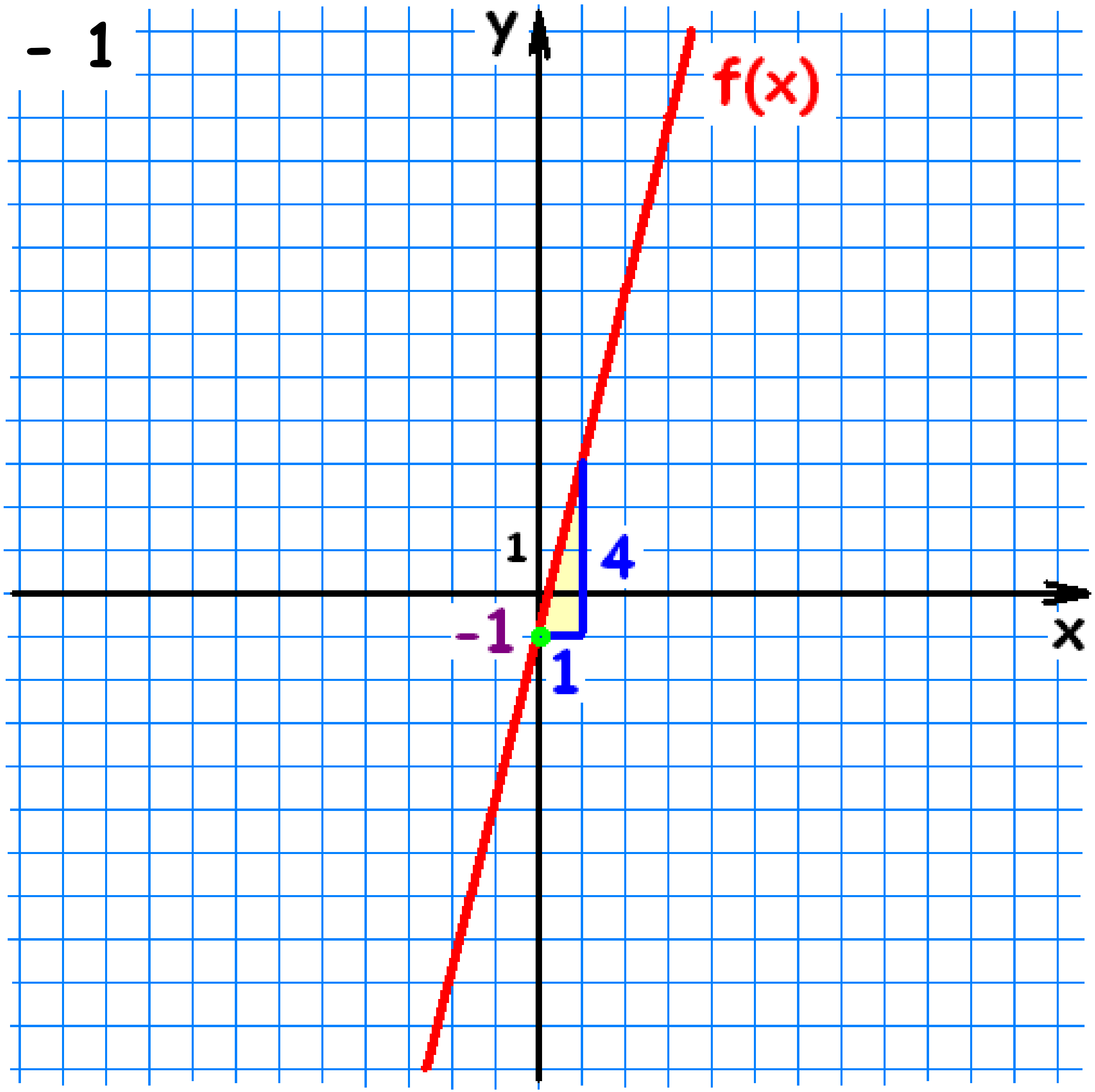
$$f(x) = m \cdot x + b$$

1. b pontot kijelölöm az y tengelyen.
2. b pontból 1-et lépek jobbra,
   $m > 0$ esetén m-et lépek fel
   $m < 0$ esetén m-et lépek le.

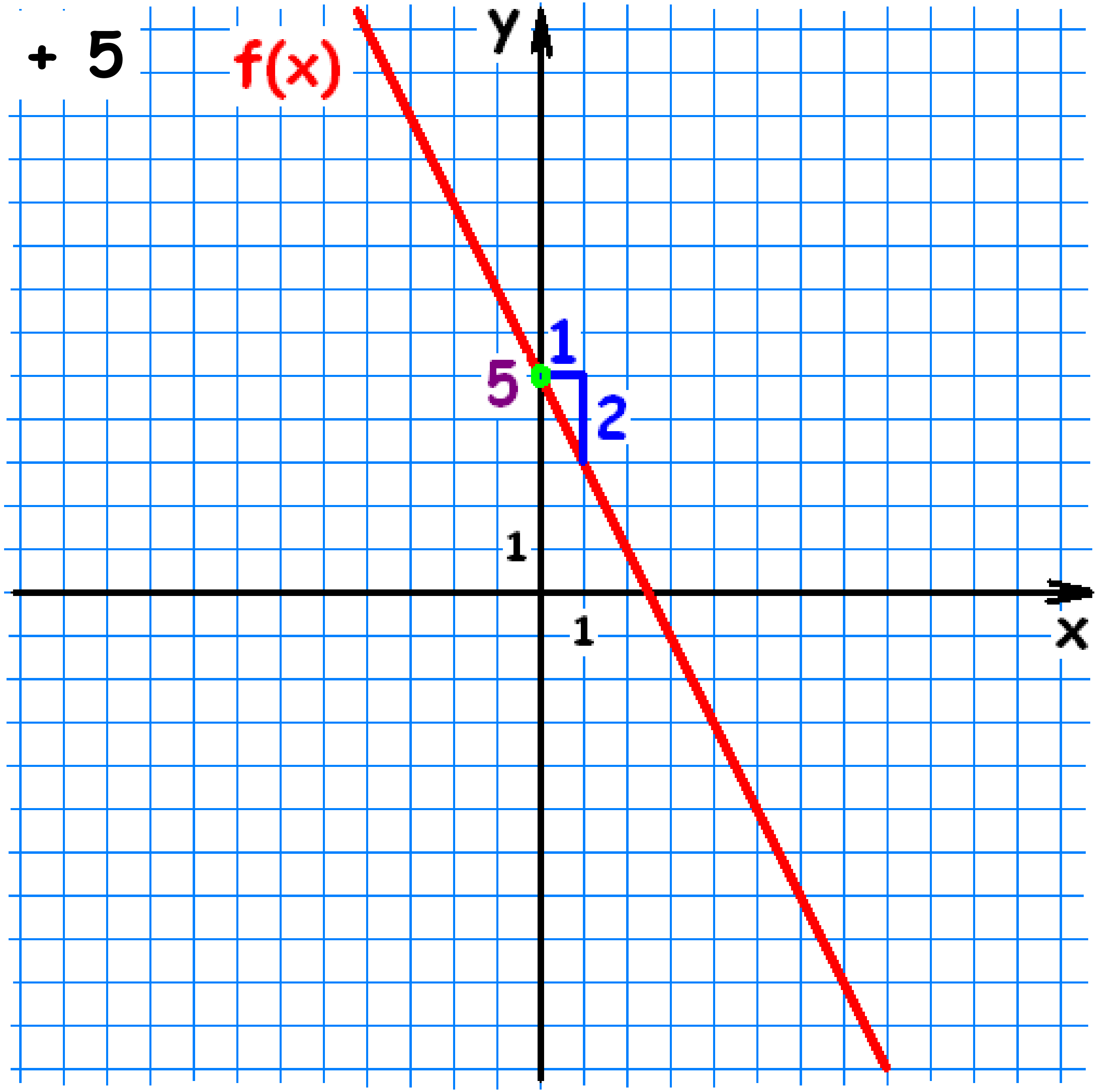
$f(x) = 3x + 2$



$$f(x) = 4x - 1$$



$f(x) = -2x + 5$



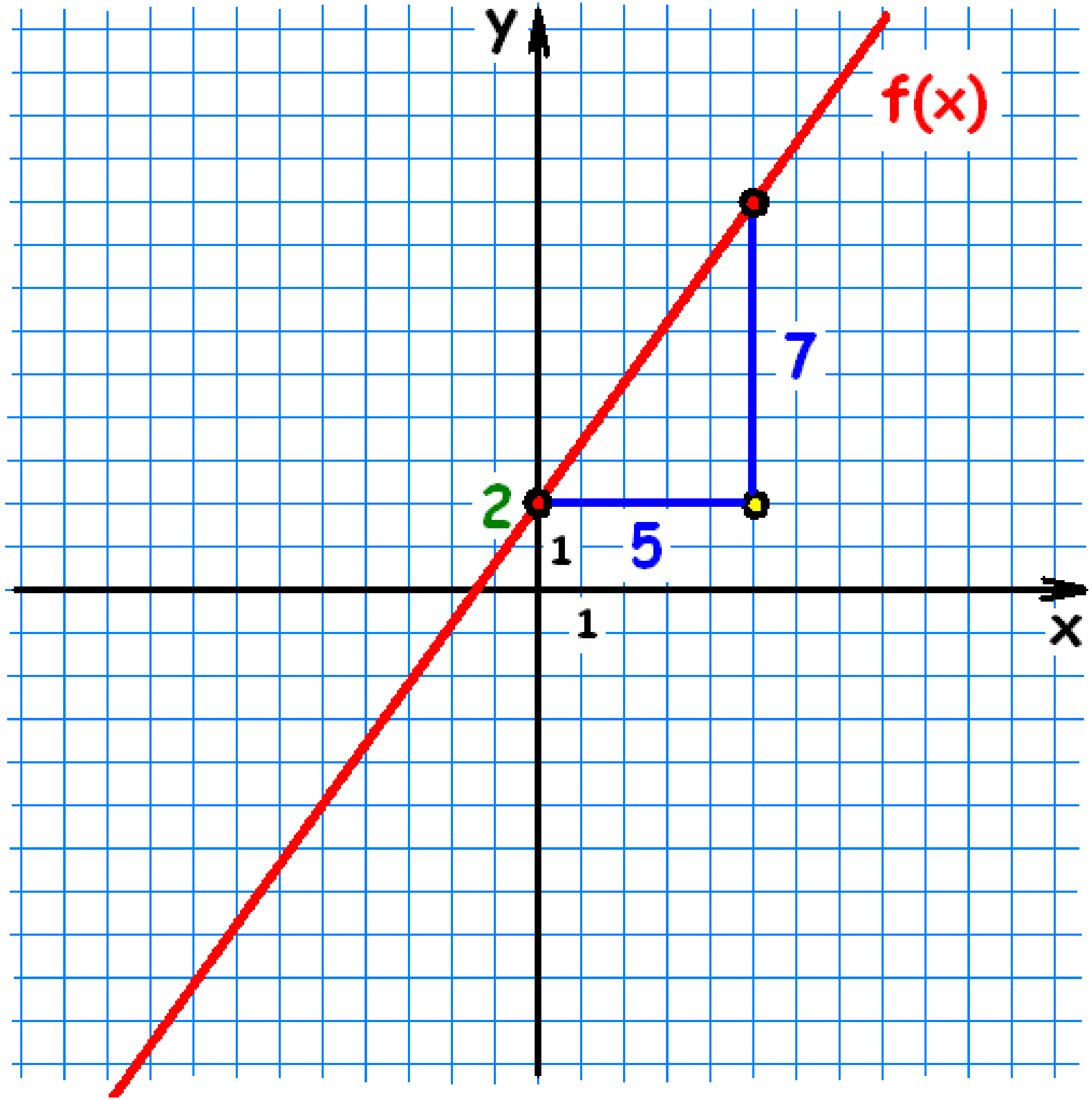
A lineáris függvény megrajzolása (m tört szám):

$$f(x) = \frac{p}{q}x + b$$

1. b pontot kijelölöm az y tengelyen.
2. b pontból q-t lépek jobbra,
   m > 0 esetén p-t lépek fel
   m < 0 esetén p-t lépek le.

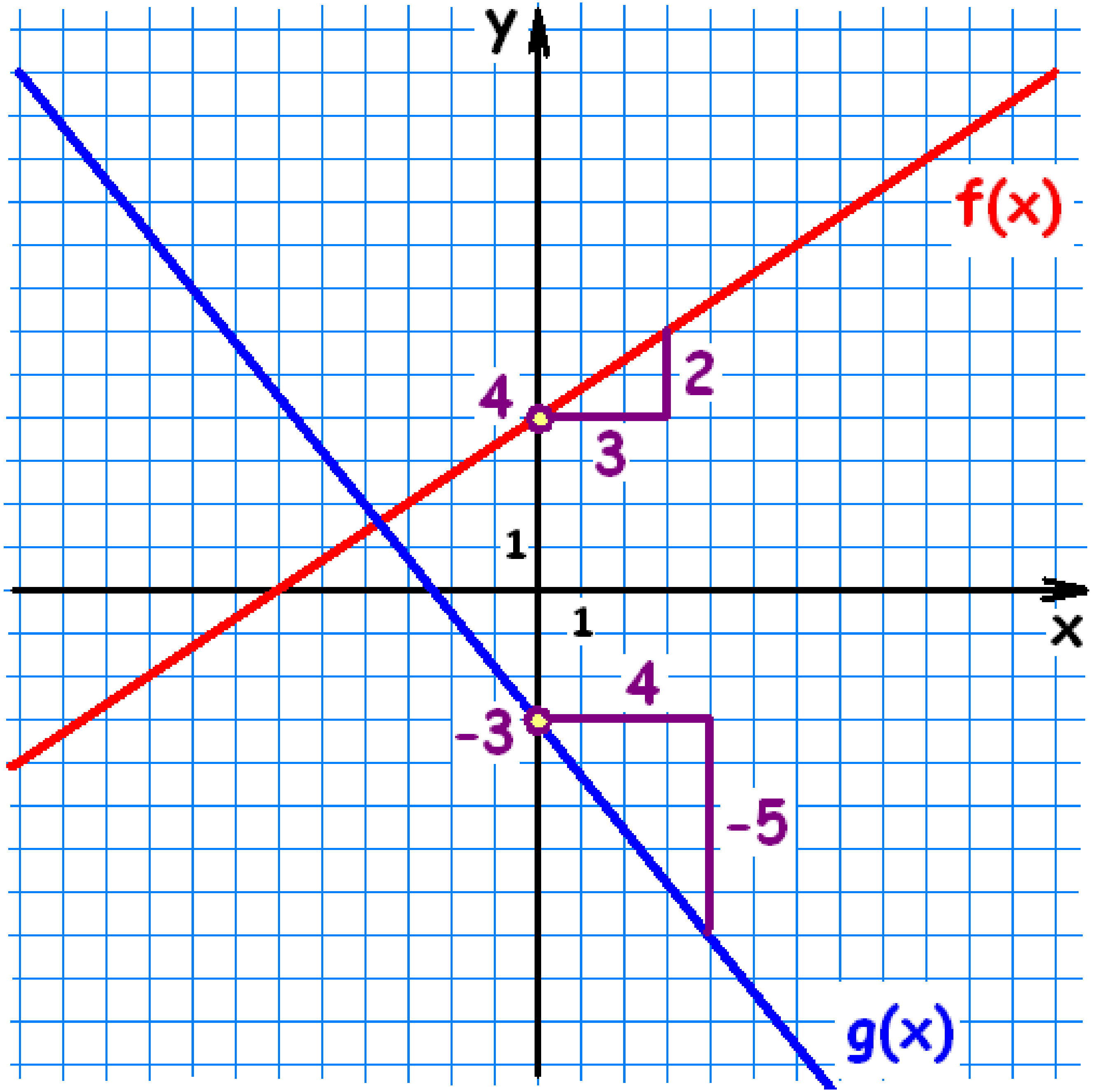
$$m = \frac{p}{q}$$

$$f(x) = \frac{7}{5}x + 2$$



$$f(x) = \frac{2}{3}x + 4$$

$$g(x) = -\frac{5}{4}x - 3$$



$f(x) = 2 \cdot x + 3$

$g(x) = -3 \cdot x - 2$

$h(x) = 0{,}5 \cdot x + 1$