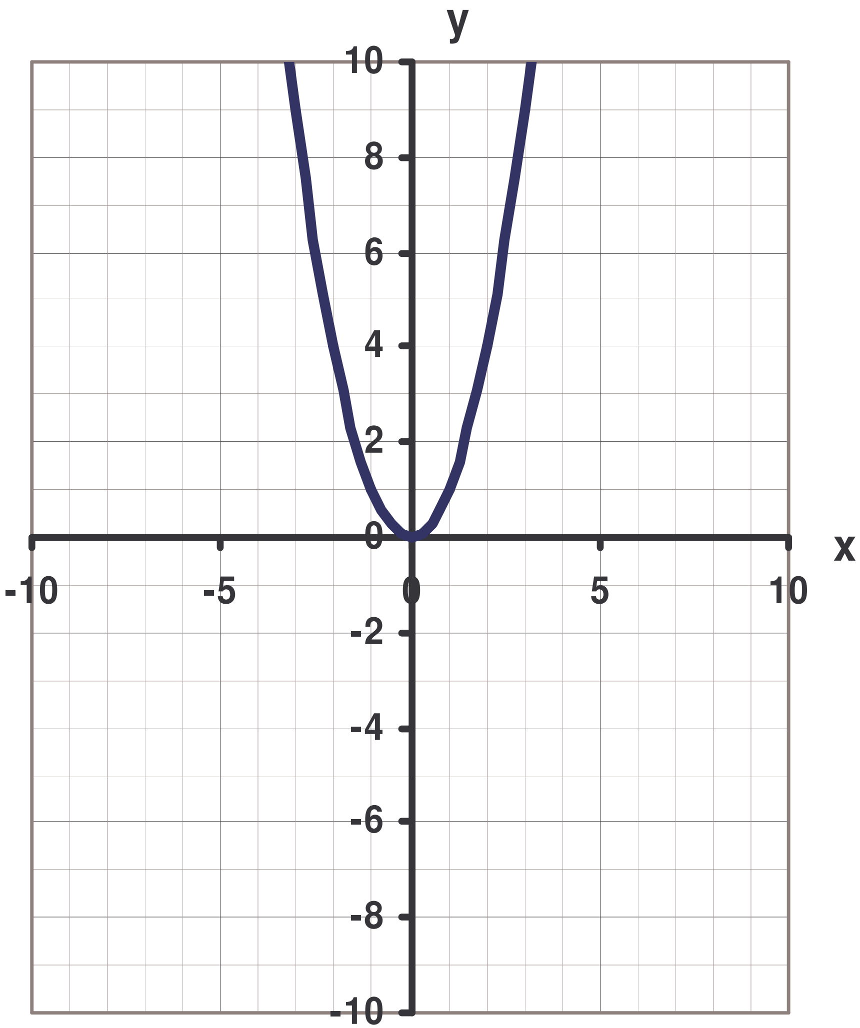
# Másodfokú függvények

**Definíció: Azokat a valós számok halmazán értelmezett függvényeket, amelyek hozzárendelési szabálya $f(x) = ax^2 + bc + c$ ($a, b, c \in R$, $a \neq 0$) alakú, másodfokú függvényeknek nevezzük.**

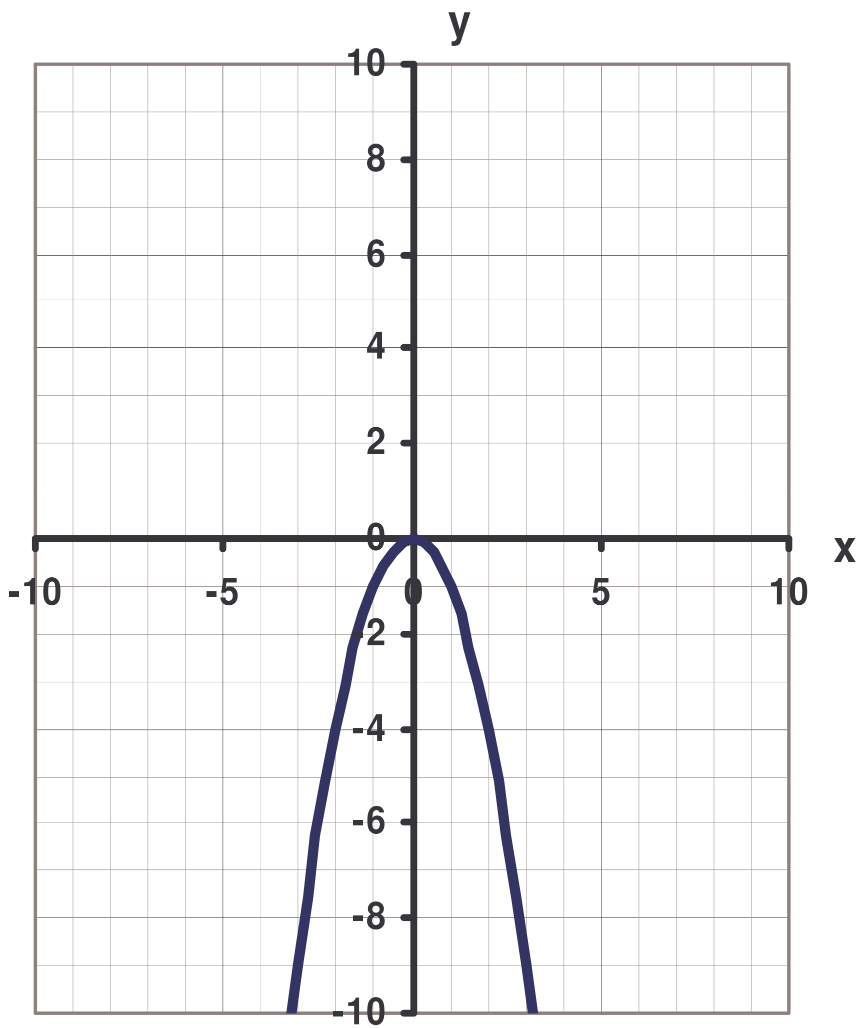
**A másodfokú függvények grafikonja parabola.**

## Ábrázoljuk az $f(x) = x^2$ függvényt!



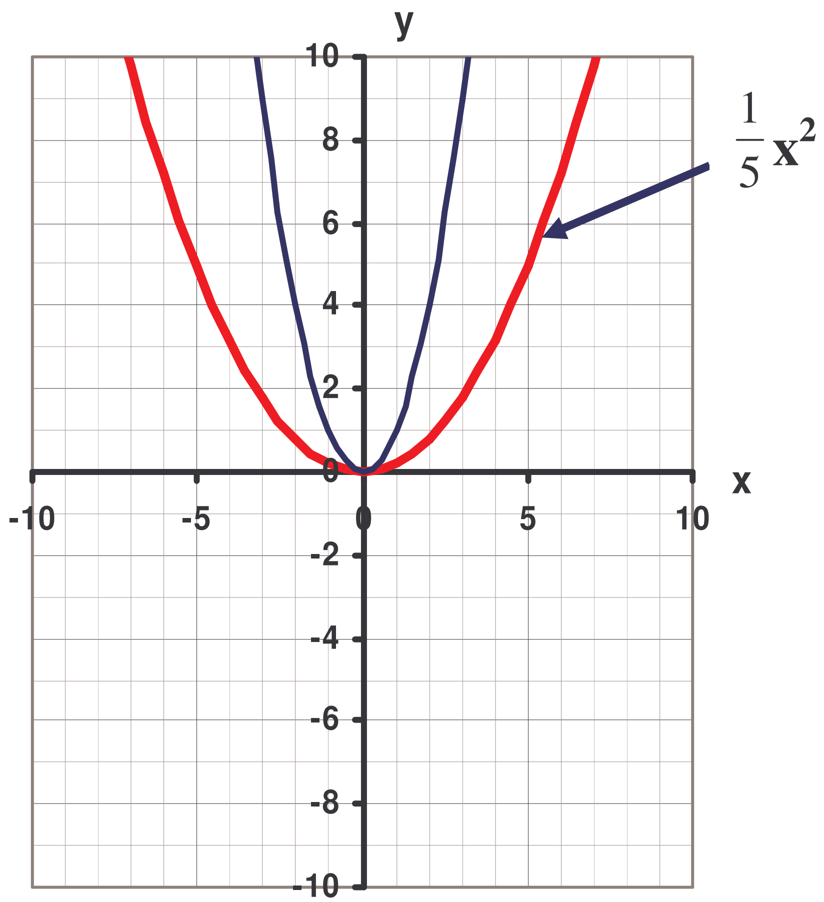

## Ábrázoljuk az $f(x) = -x^2$ függvényt!

**Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg (– 1)-gyel.**



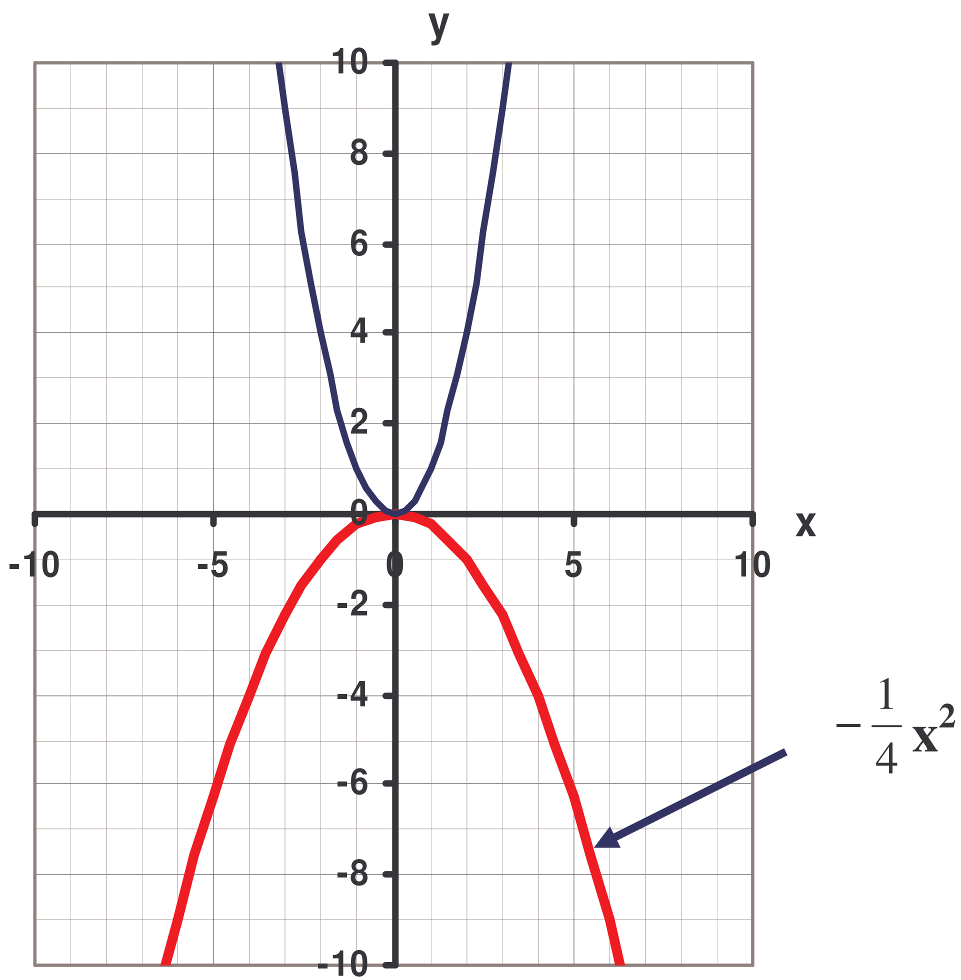
## Ábrázoljuk az $f(x) = \frac{1}{5}x^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg $\frac{1}{5}$-del.



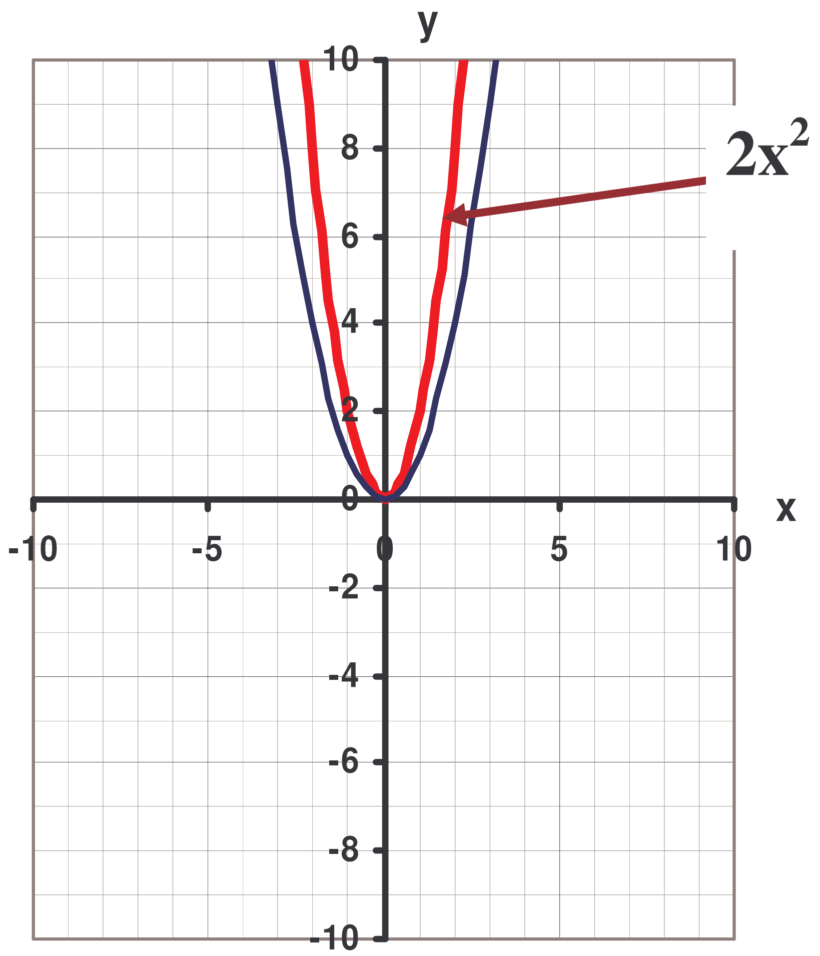

## Ábrázoljuk az $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg $(-\frac{1}{4})$-del.



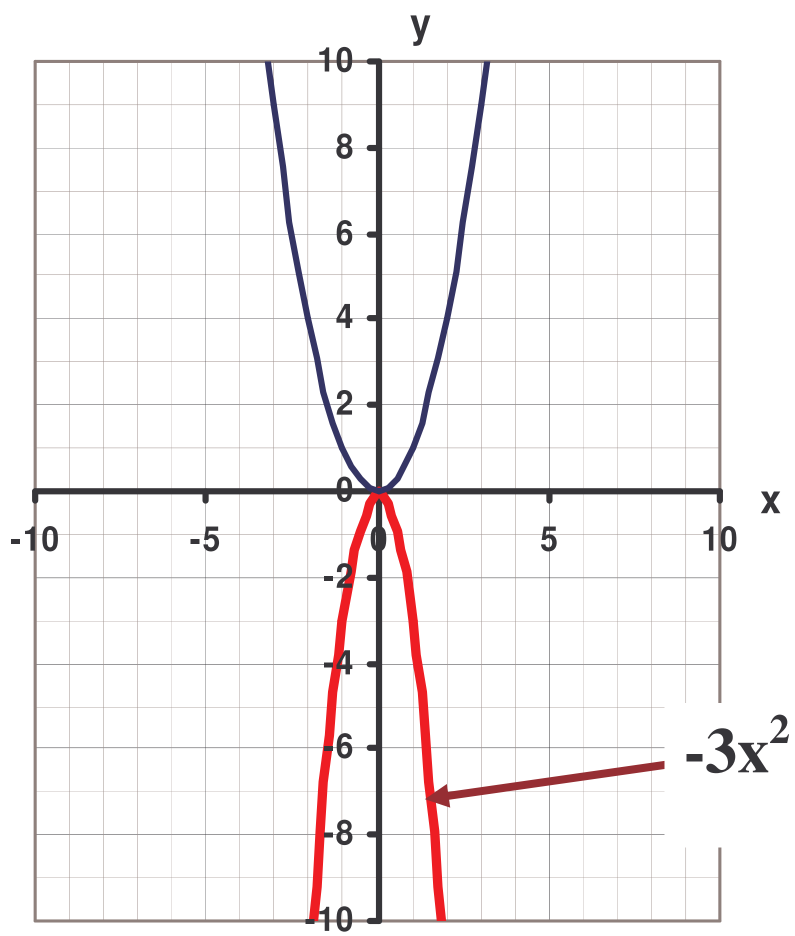
## Ábrázoljuk az $f(x) = 2x^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg 2-vel.



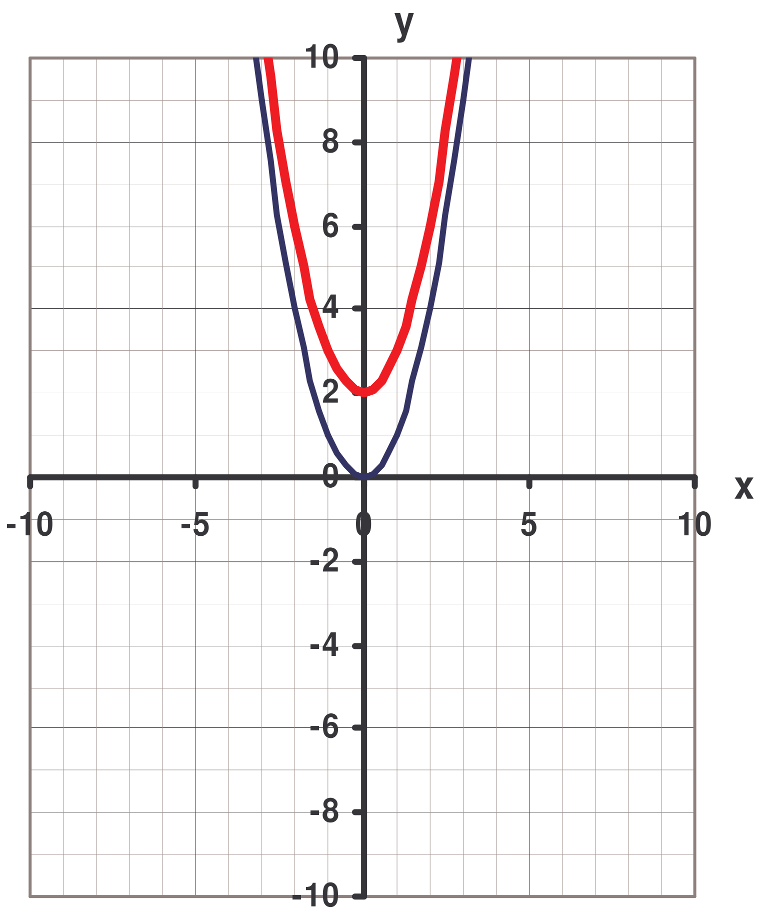

## Ábrázoljuk az $f(x) = -3x^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg – 3-mal.



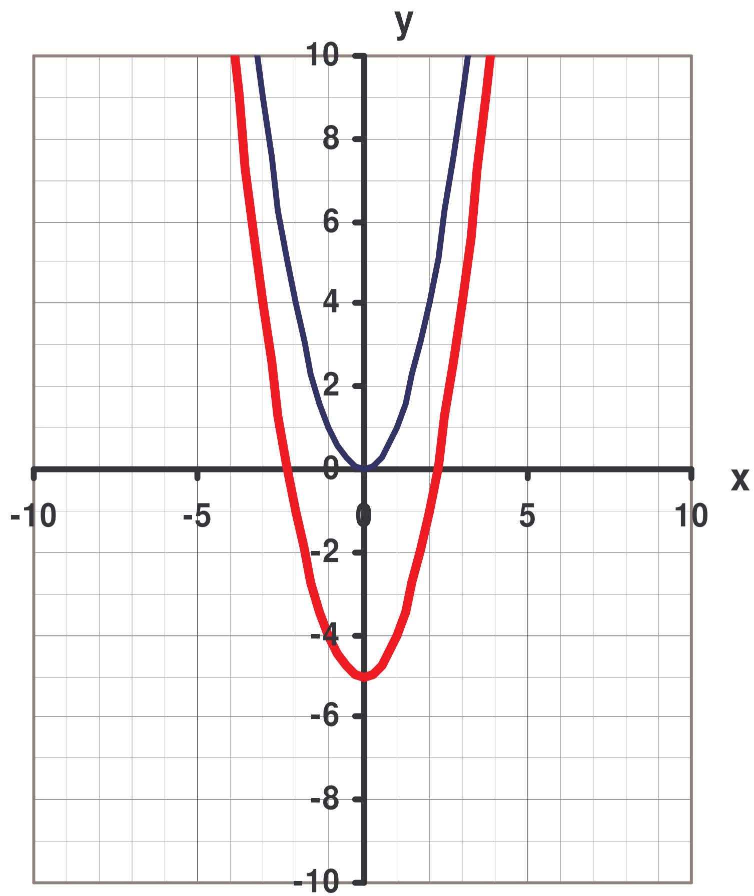
## Ábrázoljuk az $f(x) = x^2 + 2$ függvényt!

**Az $x^2$ függvényt az y tengely mentén toljuk el 2 egységgel fölfele.**



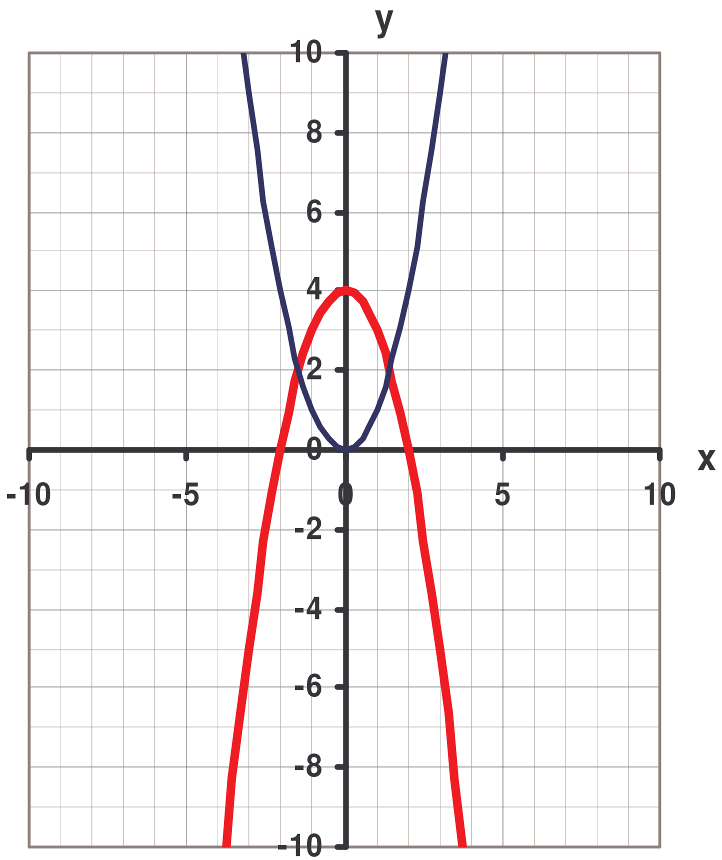

## Ábrázoljuk az $f(x) = x^2 - 5$ függvényt!

**Az $x^2$ függvényt az y tengely mentén toljuk el 2 egységgel lefelele.**



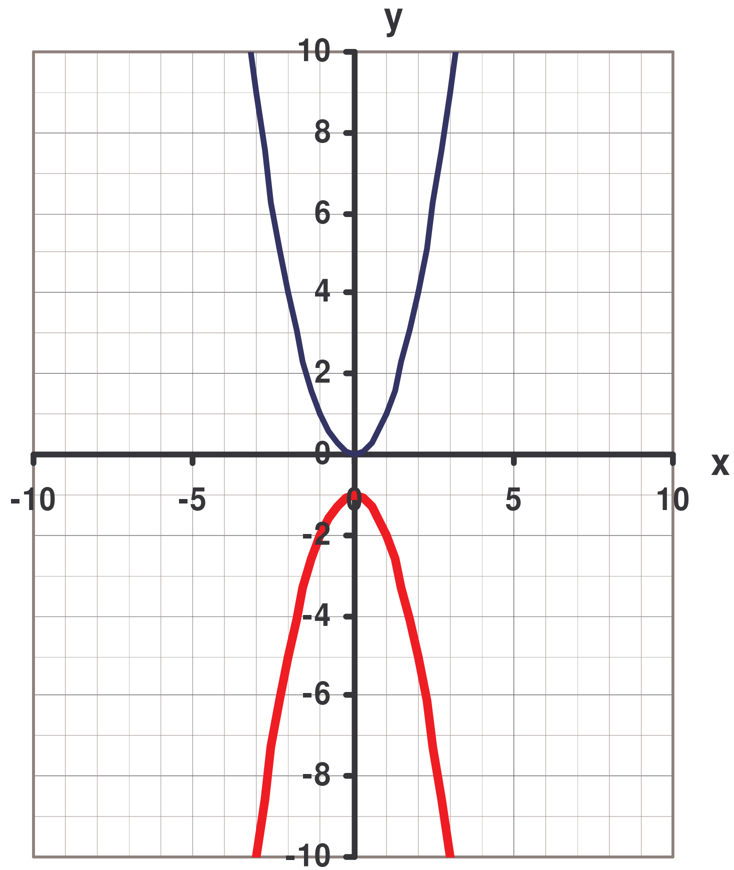
## Ábrázoljuk az $f(x) = -x^2 + 4$ függvényt!

**Az $x^2$ függvényt szorozzuk meg –1-gyel, majd az y tengely mentén toljuk el 4 egységgel fölfele.**



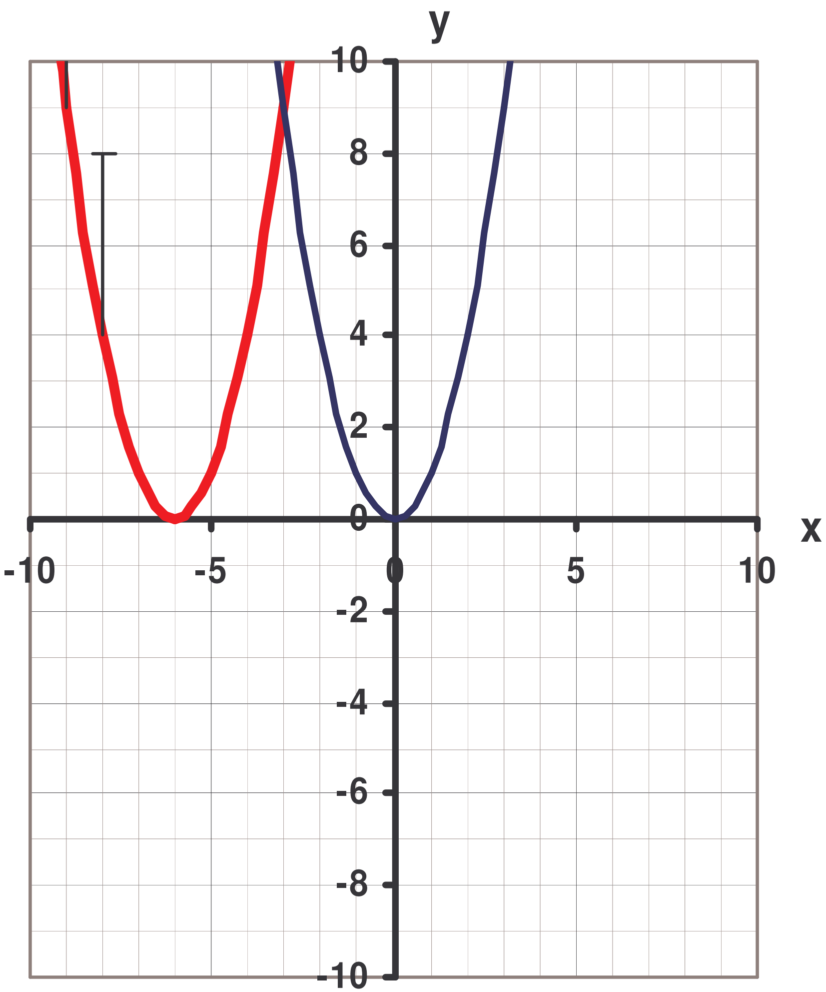

## Ábrázoljuk az $f(x) = -x^2 - 1$ függvényt!

**Az $x^2$ függvényt szorozzuk meg –1-gyel, majd az y tengely mentén toljuk el 1 egységgel lefele.**



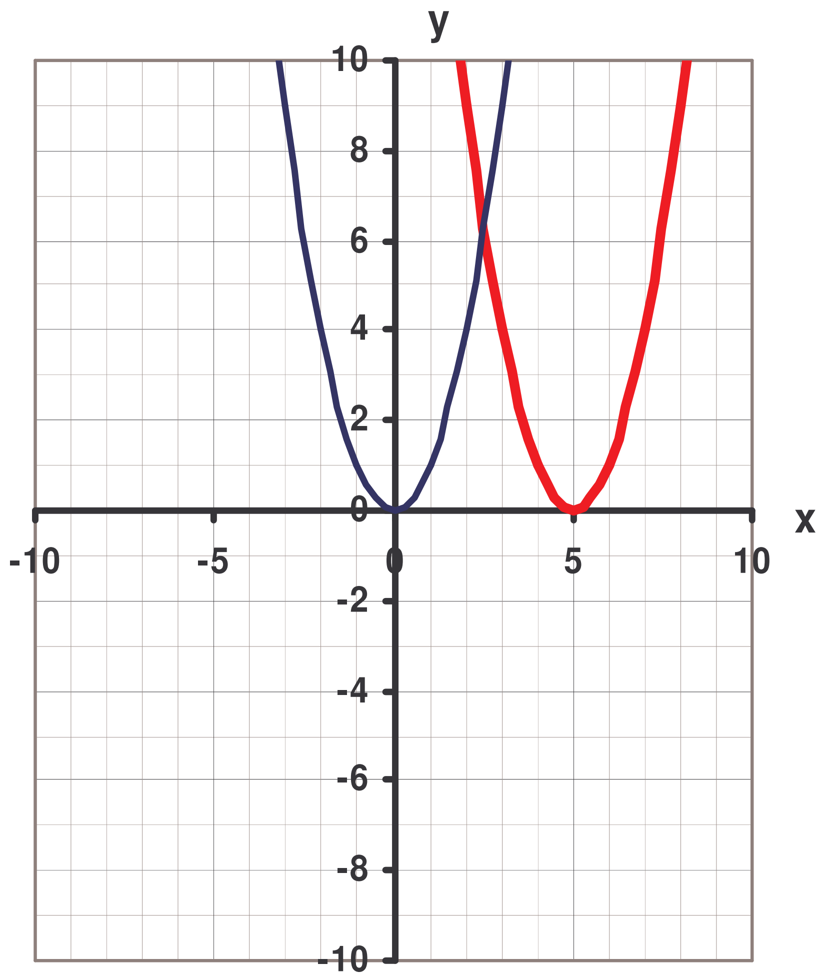
## Ábrázoljuk az $f(x) = (x+6)^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvényt az x tengely mentén toljuk el 6 egységgel balra.



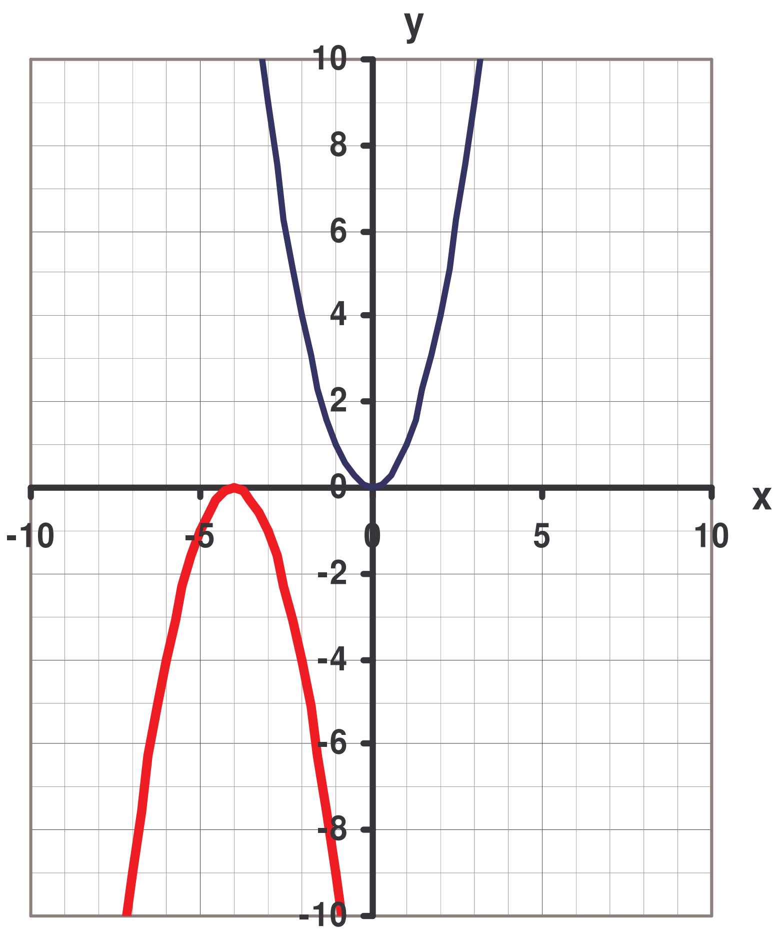

## Ábrázoljuk az $f(x) = (x-5)^2$ függvényt!

Az $x^2$ függvényt az y tengely mentén toljuk el 5 egységgel jobbra.



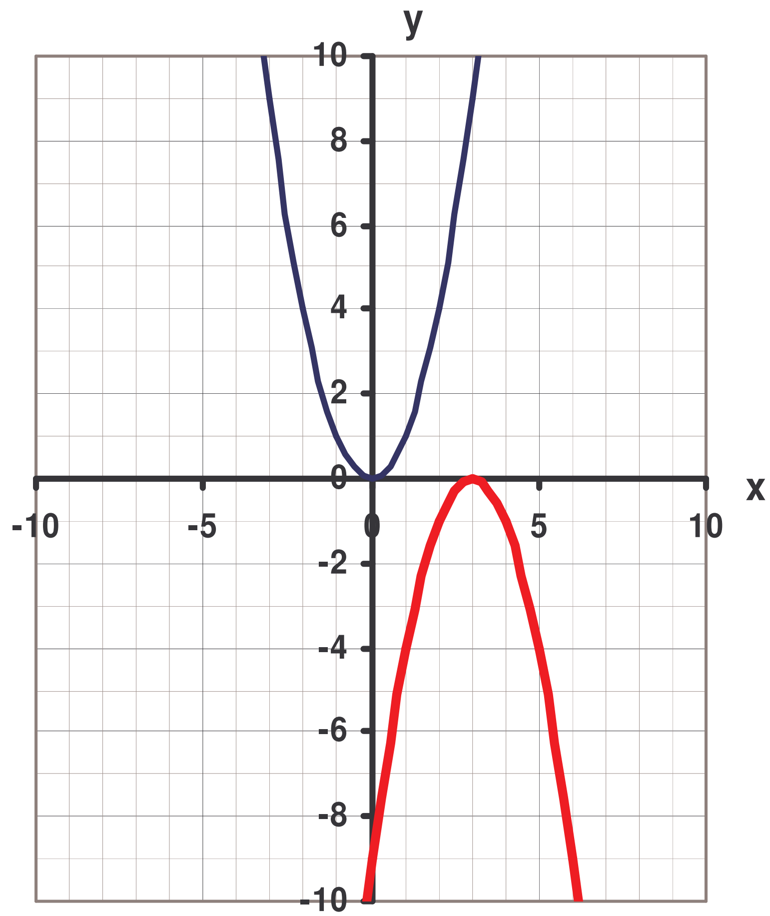
## Ábrázoljuk az $f(x) = -(x+4)^2$ függvényt!

**Az $x^2$ függvényt szorozzuk meg (–1)-gyel, majd az x tengely mentén toljuk el 4 egységgel balra.**



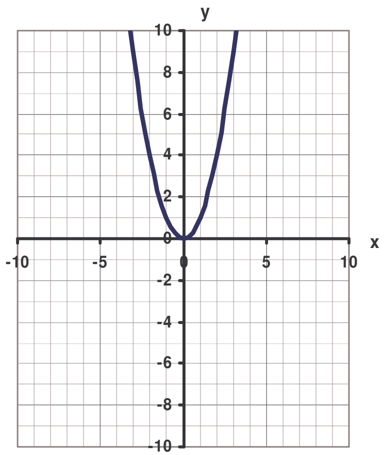

## Ábrázoljuk az $f(x) = -(x-3)^2$ függvényt!

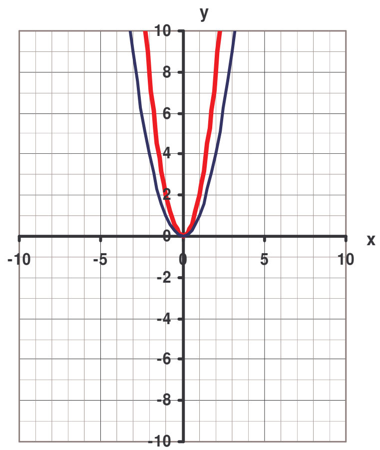
**Az $x^2$ függvényt szorozzuk meg (–1)-gyel, majd az y tengely mentén toljuk el 3 egységgel jobbra.**

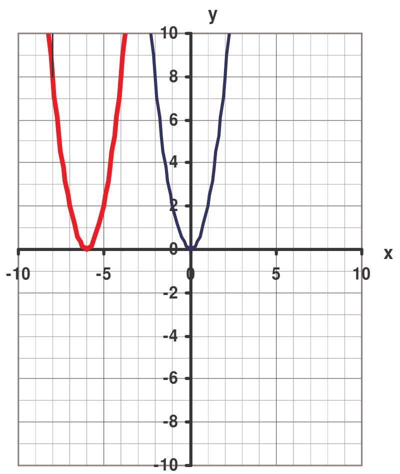


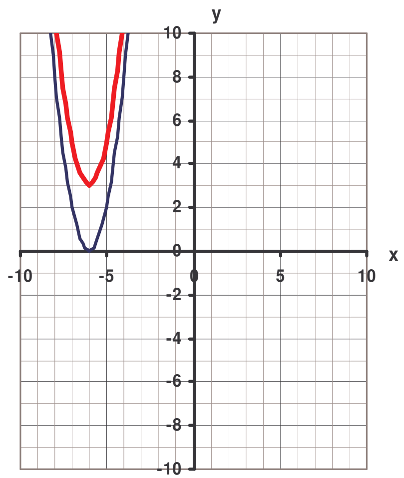
# Ábrázoljuk az $f(x) = 2(x+6)^2 + 3$ függvényt!

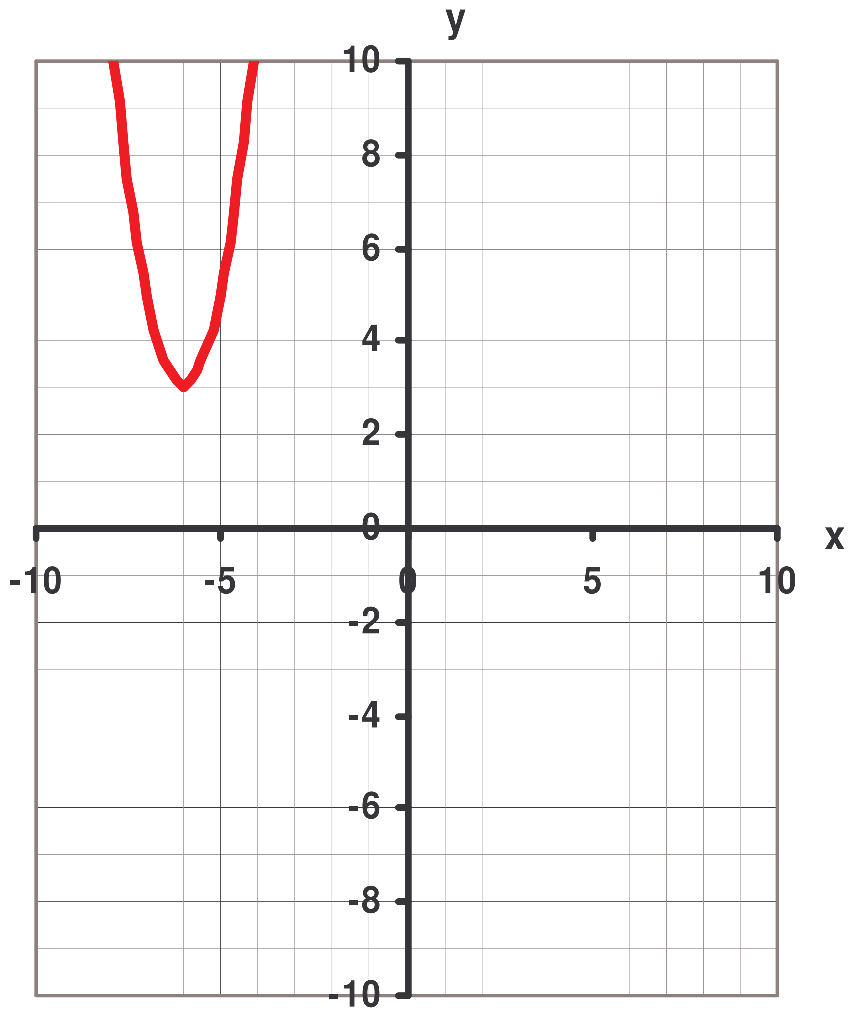
**Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg 2-vel, majd toljuk el az x tengely mentén 6 egységgel balra, ezután y tengely mentén 3 egységgel fölfele.**



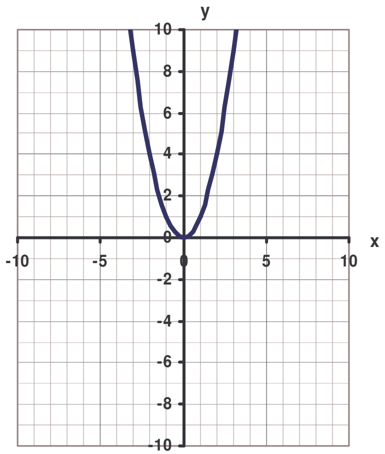



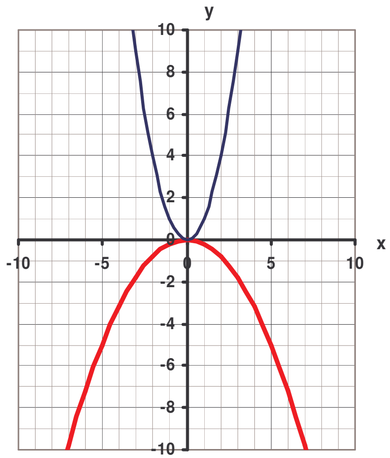



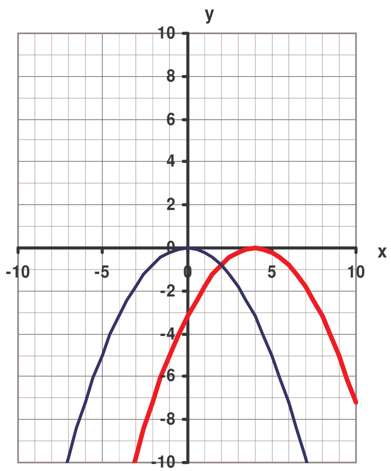



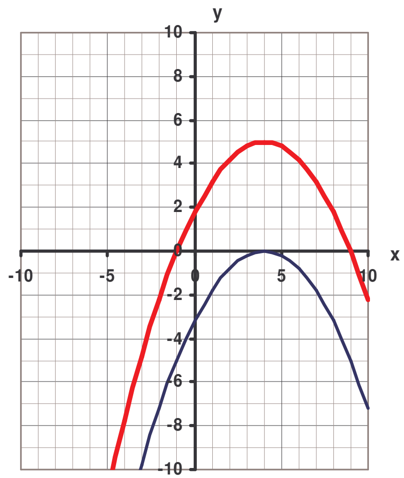
## Ábrázoljuk az $f(x) = -\frac{1}{5}(x-4)^2 + 5$ függvényt!

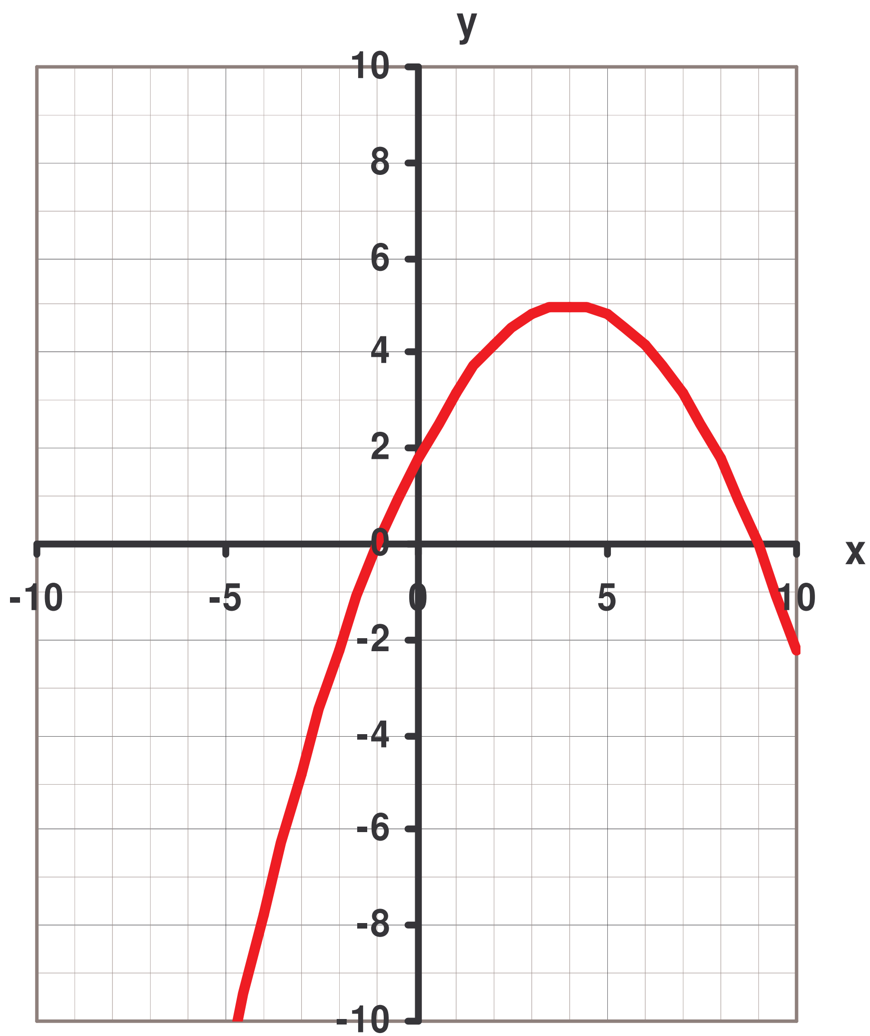
**Az $x^2$ függvény minden x pontjának f(x) értékét szorozzuk meg $-\frac{1}{5}$ del, majd toljuk el az x tengely mentén 4 egységgel jobbra, ezután y tengely mentén 5 egységgel felfele.**









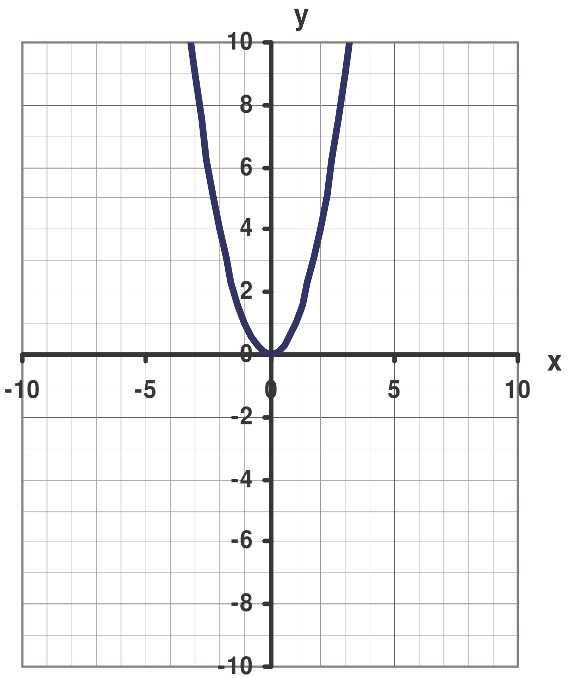


# Függvények jellemzése

| | | |
|---|---|---|
| **ÉT:** | értelmezési tartomány | A változó lehetséges értékeinek a halmaza. jelölés: $\mathbf{D_f}$ |
| **ÉK:** | értékkészlet | A lehetséges függvényértékek halmaza. jelölés: $\mathbf{R_f}$ |
| **ZH:** | zérushely | Egy ***f*** függvény zérushelyeinek nevezzük az értelmezési tartományának mindazon x értékeit, melyre $f(x) = 0$.<br>Az a pont, ahol a függvény érinti6metszi az x tengelyt |
| **Szélsőérték** | | |
| **min:** | minimum | Egy függvénynek **minimuma** van az értelmezési tartományhoz tartozó $x_0$ helyen, ha az ott felvett $f(x_0)$ függvényértéknél kisebb értéket sehol sem vesz fel a függvény. |
| **max:** | maximum | Egy függvénynek **maximuma** van az értelmezési tartományhoz tartozó $x_0$ helyen, ha az ott felvett $f(x_0)$ függvényértéknél nagyobb értéket sehol sem vesz fel a függvény. |
| **Monotonitás** | | |
| **mon. nő:** | monoton nő | Azt mondjuk, hogy az ***f*** függvény **monoton növekvő** az értelmezési tartomány egy intervallumán, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemeihez rendelt függvényértékekre az $f(x_1) \le f(x_2)$ reláció áll fenn.<br><br>Azt mondjuk, hogy az ***f*** függvény **szigorúan monoton növekvő** az értelmezési tartomány egy intervallumán, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemeihez rendelt függvényértékekre az $f(x_1) < f(x_2)$ reláció áll fenn. |
| **mon. csökken:** | monoton csökken | Azt mondjuk, hogy az ***f*** függvény **monoton csökkenő** az értelmezési tartomány egy intervallumán, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemeihez rendelt függvényértékekre az $f(x_1) \ge f(x_2)$ reláció áll fenn.<br><br>Azt mondjuk, hogy az ***f*** függvény **szigorúan monoton csökkenő** az értelmezési tartomány egy intervallumán, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemeihez rendelt függvényértékekre az $f(x_1) > f(x_2)$ reláció áll fenn. |
| **Paritás:** | | Legyen az értelmezési tartományának minden elemével együtt annak ellentettje is eleme az értelmezési tartományának; ($x \in D_f$, akkor $-x \in D_f$) és<br><br>Egy függvényt **páros**nak nevezünk, ha minden értelmezési tartománybeli elem ellentettjéhez az eredeti elemhez rendelt függvényértékeket rendeli; (minden $x \in D_f$ esetén $f(x) = f(-x)$).<br><br>Egy függvényt **páratlan**nak nevezünk, ha minden értelmezési tartománybeli elem ellentettjéhez az eredeti elemhez rendelt függvényérték mínusz egyszeresét rendeli; (minden $x \in D_f$ esetén $f(x) = -f(-x)$). |

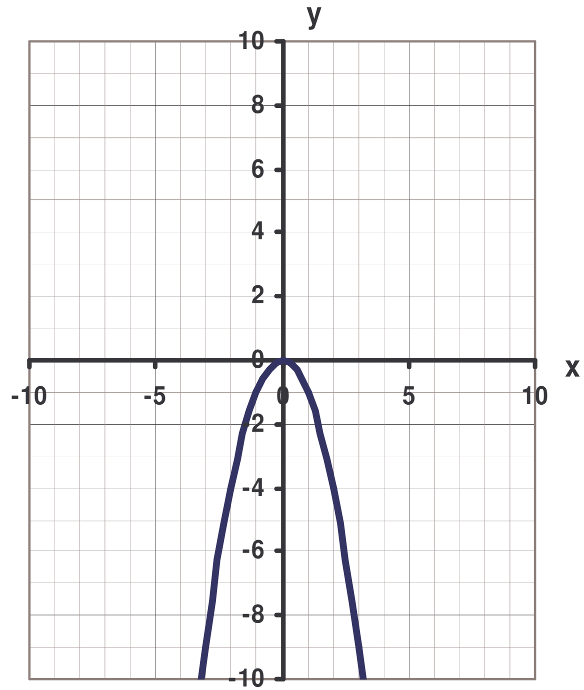
## Példák

### $f(x) = x^2$



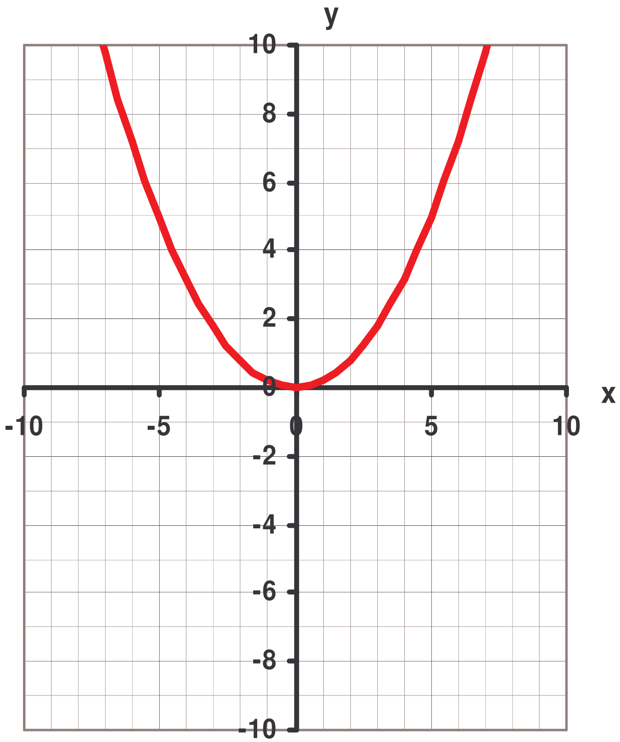

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **max.:** | – |
| **Mon .csökken:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Mon. nő:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Paritás** | páros |

### $f(x) = -x^2$



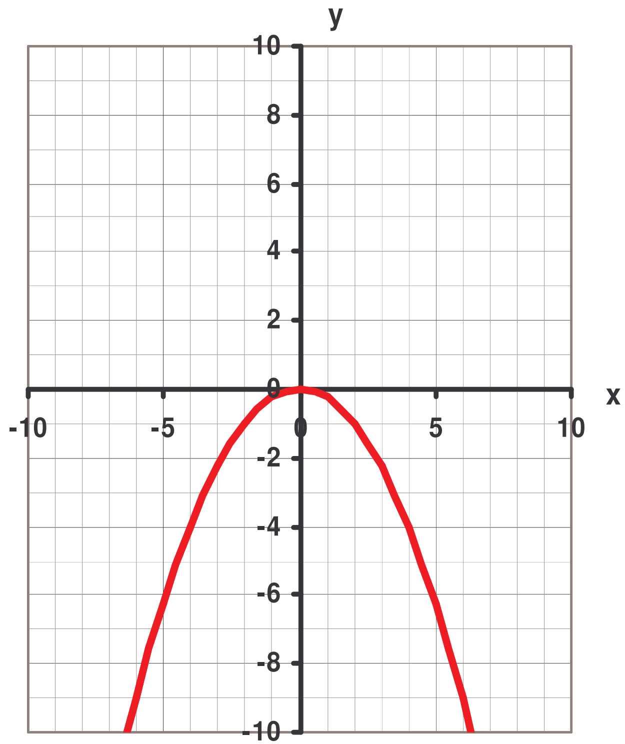

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **Mon .csökken:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; 0]-$ |
| **Paritás** | páros |

$$f(x) = \frac{1}{5}x^2$$



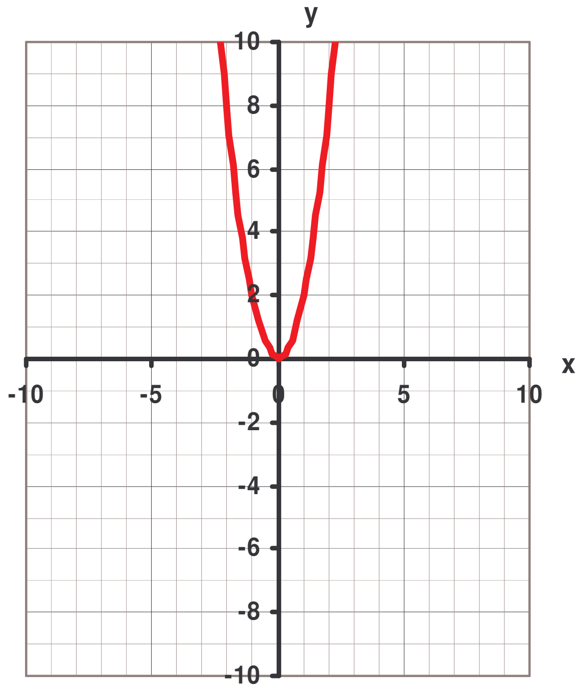

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Mon. nő:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Paritás** | páros |

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2$$



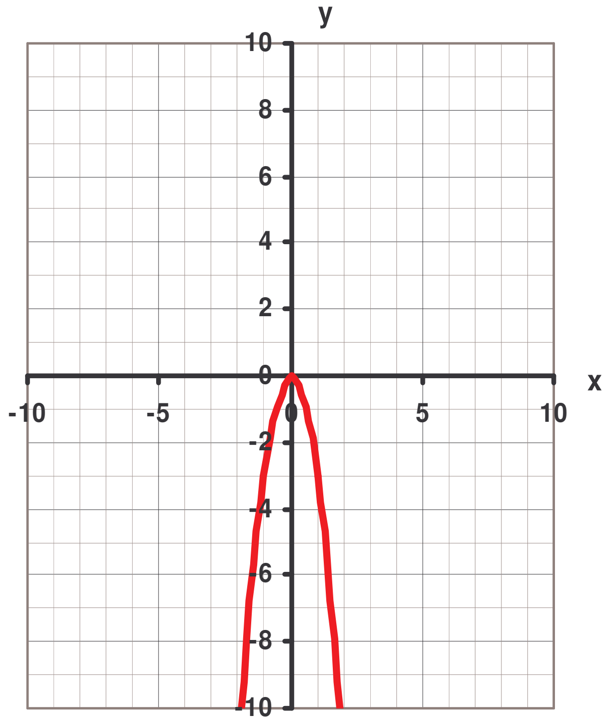

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **Mon. csökken:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = 2x^2$



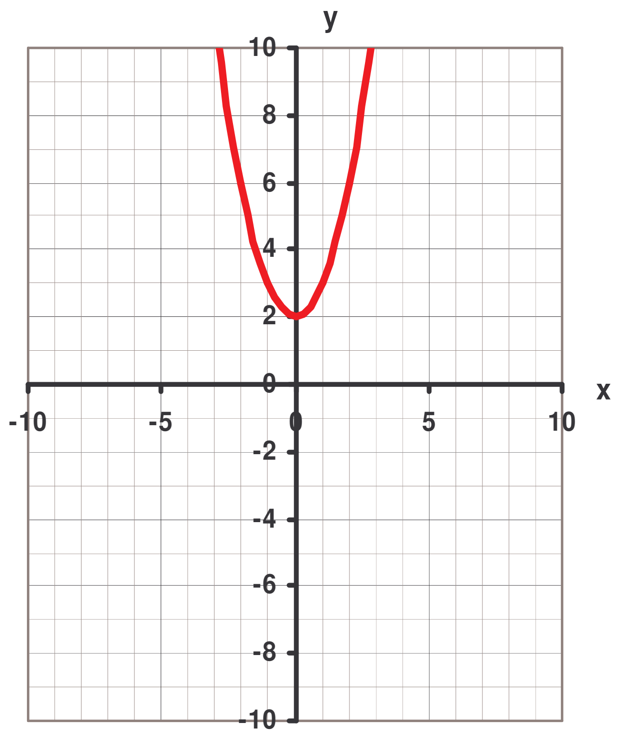

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Mon. nő:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = -3x^2$



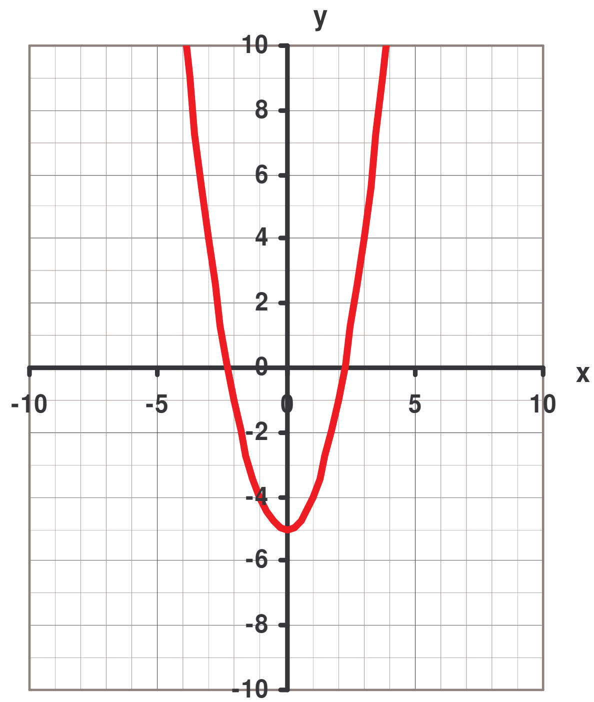

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 0$ |
| **ZH:** | $x = 0$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 0$ |
| **Mon. csökken:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = x^2 + 2$



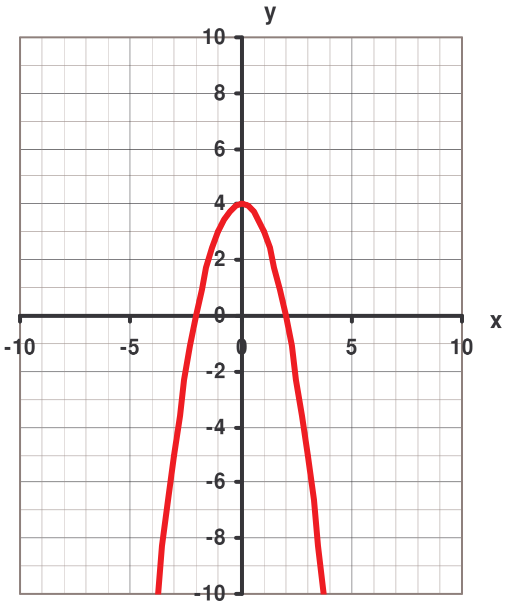

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 2$ |
| **ZH:** | – |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 2$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Mon. nő:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = x^2 - 5$



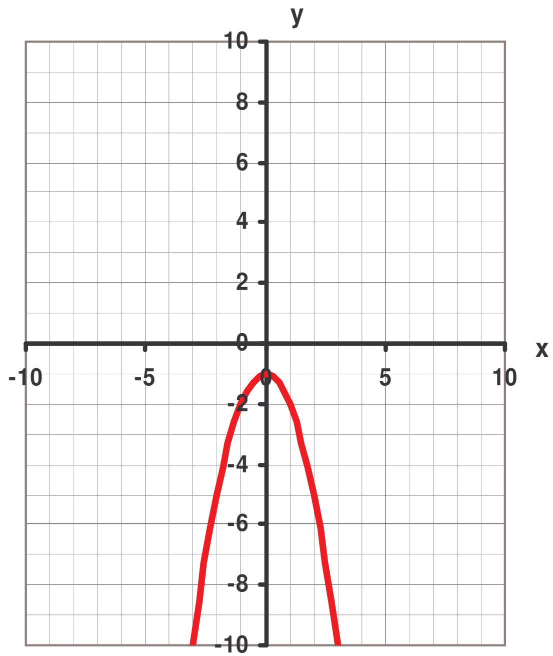

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq -5$ |
| **ZH:** | |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = -5$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty ; 0]$ |
| **Mon. nő:** | $[0 ; \infty[$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = -x^2 + 4$



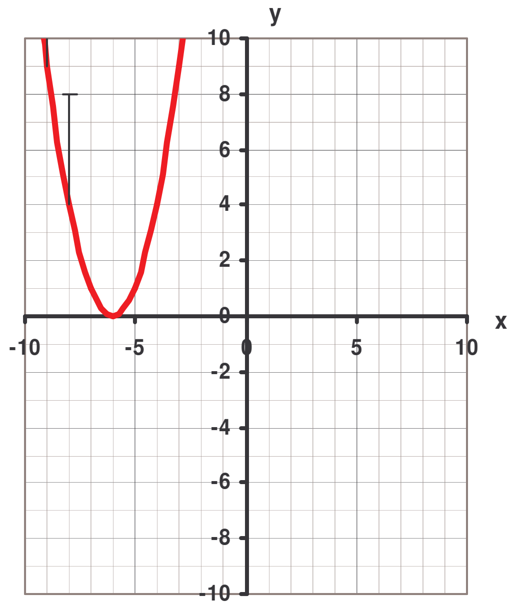

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 4$ |
| **ZH:** | $x_1 = -2$; $x_2 = 2$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = 4$ |
| **Mon. csökken:** | $[0\ ;\ \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty\ ;\ 0]$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = -x^2 - 1$



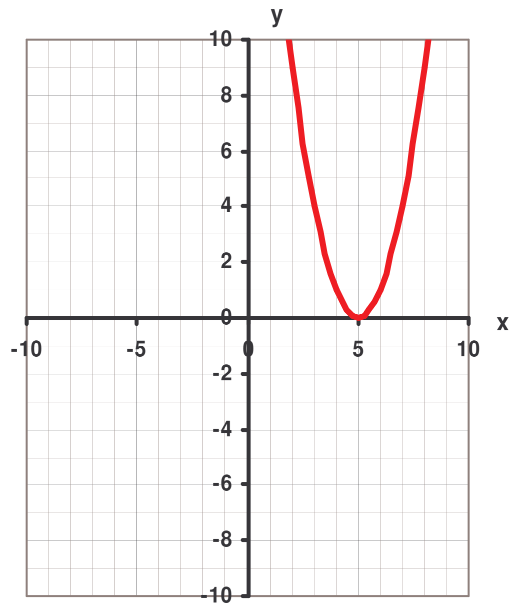

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq -1$ |
| **ZH:** | – |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 0$<br>érték: $y = -1$ |
| **Mon. csökken:** | $[0\ ;\ \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty\ ;\ 0]$ |
| **Paritás** | páros |

## $f(x) = (x+6)^2$



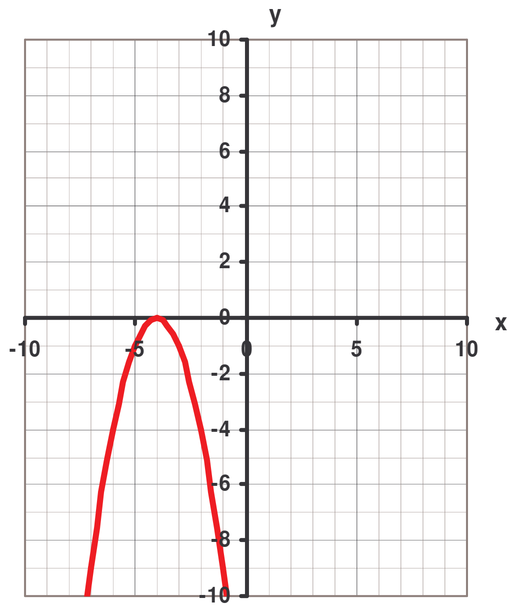

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 0$ |
| **ZH:** | $x = -6$ |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = -6$<br>érték: $y = 0$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty\, ; -6]$ |
| **Mon. nő:** | $[-6; \infty[$ |
| **Paritás** | – |

## $f(x) = (x-5)^2$



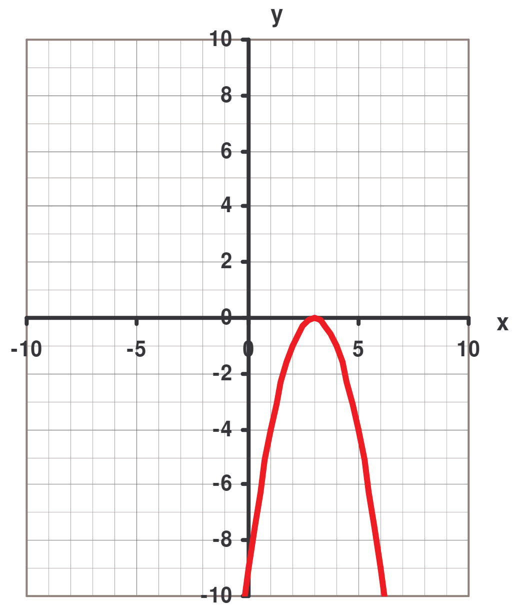

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 0$ |
| **ZH:** | $x = 5$ |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = 5$<br>érték: $y = 0$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty\, ; 5]$ |
| **Mon. nő:** | $[5\, ; \infty[$ |
| **Paritás** | – |

## $f(x) = -(x+4)^2$



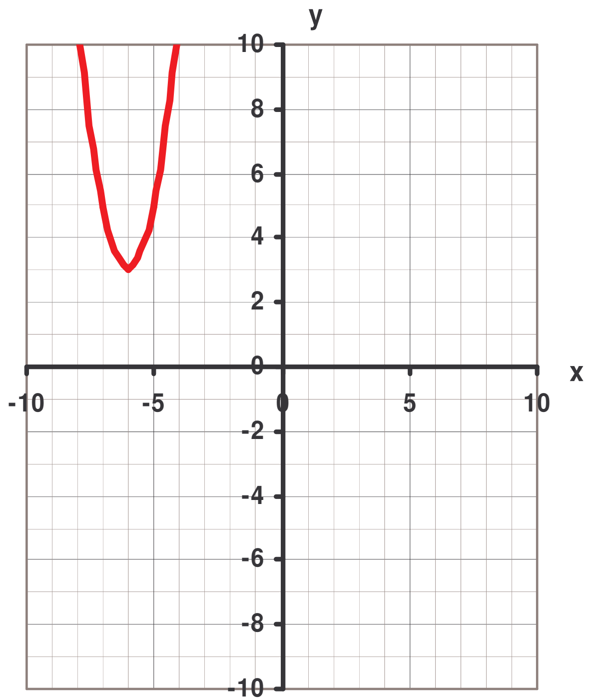

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 0$ |
| **ZH:** | $x =$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = -4$<br>érték: $y = 0$ |
| **Mon. csökken:** | $[-4 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; -4]$ |
| **Paritás** | – |

## $f(x) = -(x-3)^2$



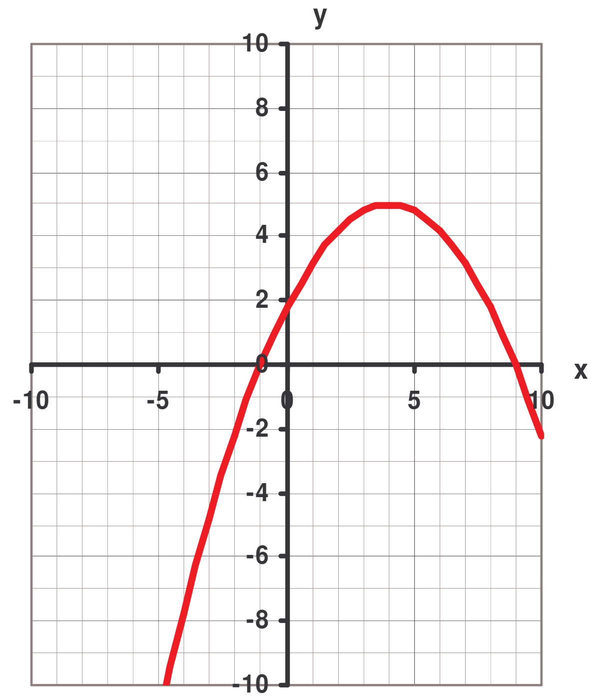

| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 0$ |
| **ZH:** | $x = 3$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 3$<br>érték: $y = 0$ |
| **Mon. csökken:** | $[3 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; 3]$ |
| **Paritás** | – |

$f(x) = 2(x+6)^2 + 3$




| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \geq 3$ |
| **ZH:** | – |
| **Sz.é. min.:** | hely: $x = -6$<br>érték: $y = 3$ |
| **max.:** | – |
| **Mon. csökken:** | $]-\infty ; -6]$ |
| **Mon. nő:** | $[-6 ; \infty[$ |
| **Paritás** | – |

$f(x) = -\frac{1}{5}(x-4)^2 + 5$




| | |
|---|---|
| **ÉT:** | $x \in \mathbf{R}$ |
| **ÉK:** | $y \in \mathbf{R}$ és $y \leq 5$ |
| **ZH:** | $x_1 = -1;\ x_2 = 9$ |
| **Sz.é. min.:** | – |
| **max.:** | hely: $x = 4$<br>érték: $y = 5$ |
| **Mon. csökken:** | $[4 ; \infty[$ |
| **Mon. nő:** | $]-\infty ; 4]$ |
| **Paritás** | – |