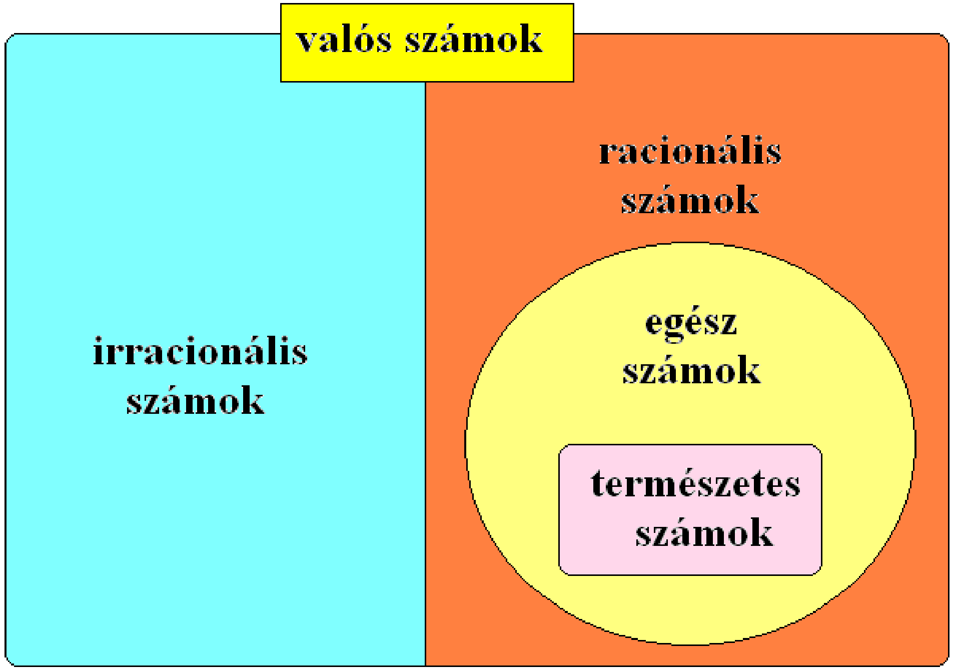
Számhalmazok



Természetes számok

Természetes számoknak nevezzük a

{0; 1; 2; 3; 4; 5; …; 27; …; 2593; …}

számok által meghatározott halmazt.

Jele: **N**

(a latin **n**aturalis = természetes szó kezdőbetűje)

Megjegyzés: az {1; 2; 3; 4; 5; …; 73; … } számokat pozitív egész számoknak is nevezzük. $\mathbf{Z}^{+}$

Bármely két természetes szám összege és szorzata is természetes szám.

Az **N** halmaz az összeadásra és a szorzásra nézve zárt.

A kivonás és az osztás nem minden esetben végezhető el a természetes számok halmazán:

pl: $7 - 13 \notin \mathbf{N}$ vagy $17 : 9 \notin \mathbf{N}$

Az **N** halmaz a kivonásra és az osztásra nézve nyitott.

Ezért bővítsük a számhalmazunkat!

Egész számok

Egész számoknak nevezzük a

{…; -75; … -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; …; 27…}

számok által meghatározott halmazt.

Jele: **Z**

(a német **Z**ahle = számok szó kezdőbetűje)

Megjegyzés: az {…;-39; …; -3; -2; -1 } számokat negatív egész számoknak is nevezzük. $\mathbf{Z}^{-}$

Bármely két természetes szám összege, szorzata és különbsége is természetes szám.

Az **Z** halmaz az összeadásra, a kivonásra és a szorzásra nézve zárt.

Az osztás nem minden esetben végezhető el a természetes számok halmazán:

pl: $37 : 13 \notin \mathbf{Z}$

Az **Z** halmaz a osztásra nézve nyitott.

Ezért bővítsük a számhalmazunkat!

Racionális számok

Két egész szám hányadosaként felírható számokat racionális számoknak nevezzük.

$$Q = \frac{a}{b},\ \text{ahol}\ a, b \in Z \quad \text{és} \quad b \neq 0$$

Jele: **Q**

(a latin **q**uotiens = hányados szó kezdőbetűje)

Bármely két természetes szám összege, különbsége, szorzata és hányadosa (nevező nem lehet 0) is természetes szám.

Az **Q** halmaz az összeadásra, a kivonásra, a szorzásra és az osztásra nézve zárt.

Irracionális számok

A két egész szám hányadosaként fel nem írható számokat irracionális számoknak nevezzük.

Jele: $\mathbf{Q}^*$

(ezek tizedestört alakja végtelen, nem periodikus)

Például: $\pi,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{p}\quad p \in N\ (\text{prím}),\quad \text{stb.}$

Valós számok

A racionális és az irracionális számok

együtt alkotják a valós számok halmazát.

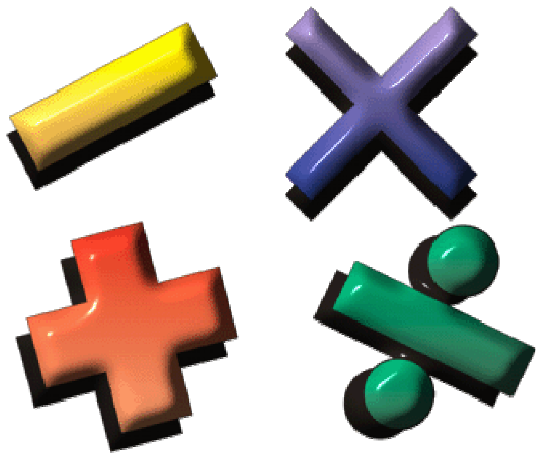
Jele: **R**

(a latin **r**ealis = valós szó kezdőbetűje)

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{Q^*}$$

Az **R** halmaz a négy alapműveletre nézve zárt.

Műveletek tulajdonságai



Összeadás

12 + 7 = 19

összeadandó **összeg**

Ha a tagokat felcseréljük az összeg nem változik.

$a + b = b + a$ kommutatív művelet

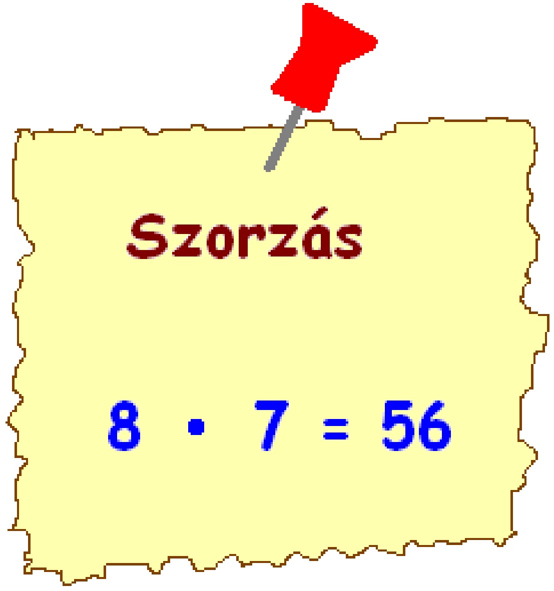
A tagokat tetszőlegesen csoportosíthatjuk.

$a + (b + c) = (a + b) + c$ asszociatív művelet

Szorzás

$$8 \cdot 9 = 72$$

tényező szorzat



Ha a tényezőket felcseréljük a szorzat nem változik.

$a \cdot b = b \cdot a$ **kommutatív művelet**

A tényezőket tetszőlegesen csoportosíthatjuk.

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ **asszociatív művelet**

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a \quad \text{és } a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

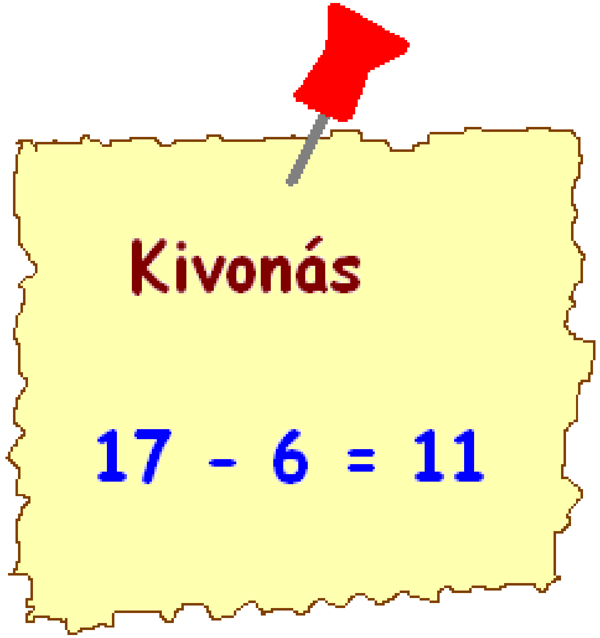
Összeget tagonként szorzunk;

illetve összeg tagjaiból a közös szorzótényező kiemelhető.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

a szorzás az összeadásra nézve disztributív

Kivonás



13 - 7 = 6

kisebbítendő **különbség**

kivonandó

A kivonás

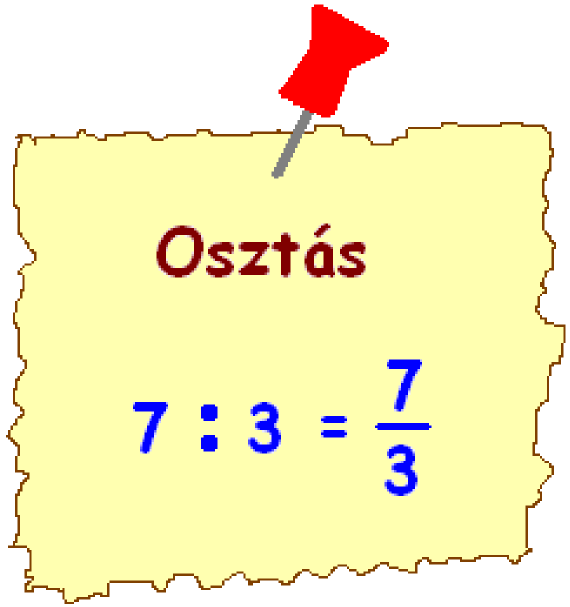
- **nem kommutatív művelet**
- **nem asszociatív művelet**

Kivonás

$$8 : 5 = \frac{8}{5}$$

osztandó **hányados**

osztó



Az osztás

- **nem kommutatív művelet**
- **nem asszociatív művelet**